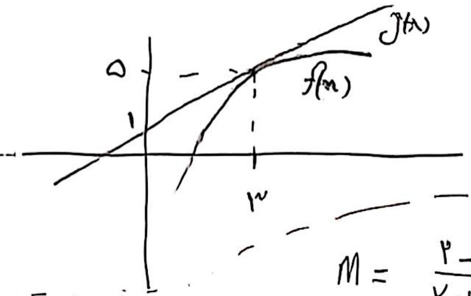
ایرعلی گوران مهر



$g(x) = \frac{4}{3}x + 1 \quad , \quad f'(3) = g'(3) = \frac{4}{3}$ ۱

$M = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Rightarrow g'(x) = f'(x) \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} \Rightarrow a>0$ ۲

خط مماس $= g(x) \Rightarrow$ $\quad$ و $\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = \sqrt{ax-1} \quad \Delta = 0$

$\Rightarrow x + 4 = 3\sqrt{ax-1} \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 9ax - 9 \Rightarrow \underbrace{x^2 + (8-9a)x + 25 = 0}$

$(8-9a)^2 - 100 = 0 \Rightarrow \underset{a>0}{8-9a = \pm 10} \Rightarrow -9a = -18 \Rightarrow a = 2 \quad \Delta = 0$

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{2x-1} \Rightarrow f(5) = 3$ ۳

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = \frac{x^2+mx+1}{x+3} \\ g(x) = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow f'(1) = g'(1) \Rightarrow \frac{(2x+m)(x+3) - 1(x^2+mx+1)}{(x+3)^2} = \frac{8+4m-2-m}{16} = \frac{3}{4} \quad \frac{m-2}{4} = 6 \Rightarrow m = 6$$

$\frac{m-2}{3m-6}$

$f(1) = g(1) \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{n}{4} = \frac{8}{4} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow n = 5$

$f(x) = \frac{27 - \sin^3 x}{9 - \sin^2 x} = \frac{(3-\sin x)(9 + 3\sin x + \sin^2 x)}{(3-\sin x)(3+\sin x)} = \frac{\sin^2 x + 3\sin x + 9}{\sin x + 3}$ ۴

$(3g(x) - f(x))' = 3g'(x) - f'(x) \Rightarrow \frac{9 - \sin^2 x - 3\sin x - 9}{3 + \sin x} = \frac{-\sin^2 x - 3\sin x}{3 + \sin x} = -\sin x$

$\Rightarrow h'(\frac{5\pi}{4}) = -\cos(\frac{5\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

$f = \underset{x \geq 0}{g^{-1}(x)} \quad fog(x) = -x$ $\overset{x<0}{\text{تعریف نشده}}$ $\Rightarrow (f(g(x)))' = -1 \Rightarrow f'(g(\sqrt{2})) = -1$ ۵

$f'(x) = g(x) + g'(x)x \Rightarrow f'(0) = g(0)$ و $h'(x) = 2\left(\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}\right)\left(\frac{\cos x(\sin x + 1) - (\cos x)(\sin x - 1)}{(\sin x + 1)^2}\right)$ ۶

$2 \times (-1) \times 2 = -4$

$\Rightarrow f'(0) = -4 \Rightarrow g(0) = -4$

شیب ها باید قرینه و معکوس
در طول ها قرینه باشد

$y = x^2 + 1 \xrightarrow{\text{قرینه}} y = -x^2 - 1 \Rightarrow y' = -2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \begin{array}{l} y'_1 \to -1 \\ y'_2 \to +1 \end{array} \Bigg\} \Rightarrow x = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ مماس ها بر هم عمودند ۷

$f(\frac{1}{2}) = -\frac{5}{4} \Rightarrow d \Rightarrow y = -\frac{5}{4}$

۹-

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(4x^2+3) + (8x)(2\sqrt{x}) = 1$

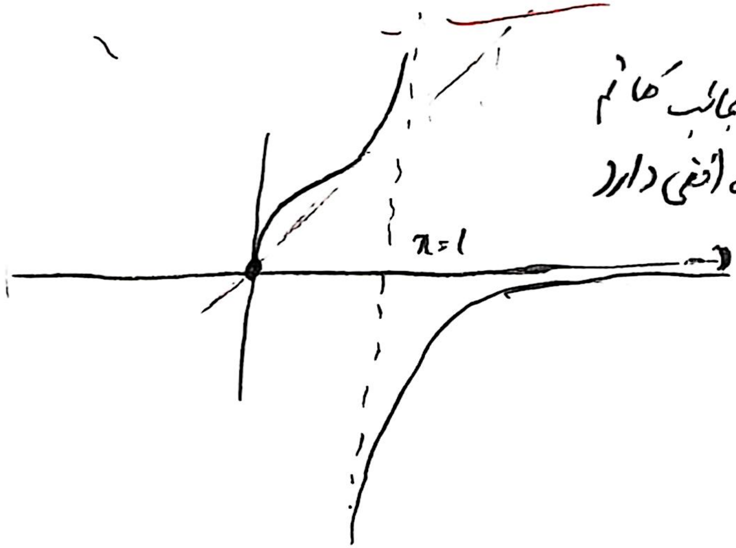
تابع در $x=0$ مماس قائم دارد

پس شیب برای خط L تعریف نمی‌شود

چون هر دو تابع از مبدأ می‌گذرند پس نقطه تماس آنها همان مبدأ است

۹-

عرض نقطه A برابر صفر است



تابع در $x=1$ مجانب قائم و در $y=0$ مجانب افقی دارد

تابع در $x=0$ نیم مماس راست دارد پس خط مبدأ اگر در $x=0$ بر نمودار مماس است آنگاه قائم باشد