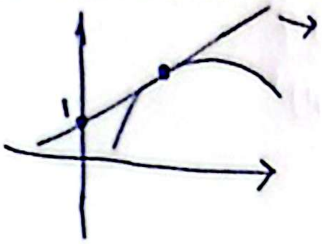
۱۷

نام و نام خانوادگی ......امیرعلی نوارزنجی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱



در خط مماس: $\begin{vmatrix} ۰ \\ ۱ \end{vmatrix} , \begin{vmatrix} ۳ \\ ۵ \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{۴}{۳} \Rightarrow f'(۳) = \frac{۴}{۳}$

$y = mx + b$

در نقطه $x=۳$ مماس بودند.

۲

۲

$(۲,۲) , (-۱,۱) \rightarrow m = \frac{۲-۱}{۲-(-۱)} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} = \sqrt{ax-۱}$

$\Rightarrow x + ۴ = ۳\sqrt{ax-۱} \Rightarrow x^۲ + ۸x + ۱۶ = ۹ax - ۹ \Rightarrow x^۲ + (۸-۹a)x + ۲۵$

$\Delta = ۰ \Rightarrow (۸-۹a)^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow ۸-۹a = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{-۲}{۹} \rightarrow$ غ ق ق (تعریف نشده)

$f(x) = \sqrt{۲x-۱} = \sqrt{۹} = ۳ \Leftarrow ۸-۹a = -۱۰ \Rightarrow a = ۲$

۲

۳

$۴y = ۳x + n \rightarrow y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴} \Rightarrow y_۱' = y_۲' = \frac{۳}{۴} \quad , y_۲ = \frac{x^۲ + mx + ۱}{x+۳} \rightarrow \frac{m+۲}{۴}$

$y_۲' = \frac{۴(۲x+m) - (m+۲)}{۴ \times ۴} \Rightarrow \frac{۳(m+۲)}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \boxed{m = ۲}$

$\frac{x^۲ + ۲x + ۱}{x+۳} \Rightarrow x = ۱ \rightarrow y = ۱ , \Rightarrow ۱ = \frac{۳}{۴} + \frac{n}{۴} \Rightarrow n = ۱ \quad , m + n = ۳$

۲

۴

$g'(x) = ۲(-۱)(۳ + \sin x)^{-۲} \cos x \Rightarrow g'(\frac{۵\pi}{۳}) = -\frac{۲ \cdot \frac{۱}{۲}}{(۳ - \frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲} = \frac{-۴}{(۶-\sqrt{۳})^۲}$

$f(x) = \frac{\cancel{(۳ - \sin x)}(۹ + ۳\sin x + \sin^۲ x)}{\cancel{(۳ - \sin x)}(۳ + \sin x)} \Rightarrow f(x) = \sin x + \frac{۹}{\sin x + ۳}$

$f'(\frac{۵\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲}\left(۱ - \frac{۳۶}{(۶-\sqrt{۳})^۲}\right) \Rightarrow ۲g'(\frac{۵\pi}{۳}) - f'(\frac{۵\pi}{۳}) = \frac{-۱}{۲}$

۲

۵

$g'(x) \cdot f'(g(x)) \rightarrow f'(g(x))' = -۱$

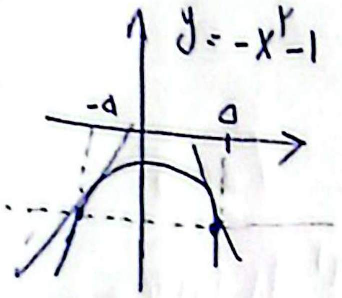
$g(x) = \frac{۱}{۲x^۵} \quad , f(x) = \frac{-۱}{\sqrt[۵]{۲x}} \Rightarrow f(g(x)) = -x$

۲

$f(x) = x\cdot g(x) + 1 \Rightarrow g(x) = \frac{f(x)-1}{x}$ ۲

$f(x)-1 = \frac{\sin^2 x - 2\sin x + 1 - \sin^2 x - 1 - 2\sin x}{(1+\sin x)^2} \Rightarrow g(x) = \frac{-4\sin x}{x(1+\sin x)^2}$ ۶

$\lim_{x\to 0} g(x) = \frac{-4x}{x(1)} = -4$



$y = -x^2-1 \to y' = -2x \begin{cases} \to a \\ \to -a \end{cases} \Rightarrow y'_1 = -2a,\quad y'_2 = +2a$ ۲

$(-2a)(2a) = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ ۷

$y = -(\frac{1}{4})-1 = \frac{-5}{4}$ (فاصله به صورت مثبت بیان می‌شود)

$d \to y = mx \Rightarrow mx = 2\sqrt{x}(4x^2+3) \xrightarrow{\times\sqrt{x}} m\sqrt{x} = 2(4x^2+3)$

$t = \sqrt{x},\ x = t^2 \Rightarrow mt = 8t^4+6 \Rightarrow 8t^4 - mt + 6 = 0$

مشتق می‌گیریم $32t^3 = m$ ۲ ۸

$8t^4 - 32t^4 = -6 \Rightarrow -24t^4 = -6 \Rightarrow t^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$m = 32\times(\frac{2\sqrt{2}}{8})$

$m = 8\sqrt{2}$

خط $d \to y = ax \qquad A(\alpha, a\alpha)$ ۰

$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha}}{-2\alpha^2+\alpha+1} = a\alpha \to a\sqrt{\alpha}(-2\alpha^2+\alpha+1) = 1 \to -2a\alpha^{\frac{5}{2}} + a\alpha^{\frac{3}{2}} + a\alpha^{\frac{1}{2}} = 1$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} -5a\alpha^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}a\alpha^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}a\alpha^{-\frac{1}{2}} = 0 \xrightarrow[\times 2\sqrt{\alpha}]{\div a} -10\alpha^2 + 3\alpha + 1 = 0 \to \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{5} \\ \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$ ۹

$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-2(\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$f(g(x)) = \left(g(x)\left[\frac{g(x)}{2}\right]\right)^3 = 8g(x)^3 = 3\times 8\, g(x)^2$ ۱

$\left[g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right] = 2$

حاصل $= \frac{4\times 3\times 8}{-48\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$ ۱۰

$\left(f\circ g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)' = g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right)\times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^-\right)$

$g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \to g'(x) = -\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}\times 2x \to g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right) = \frac{1}{\sqrt{(\frac{5}{4})^- - 1}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{4})^-}} = \frac{1}{(\frac{1}{2})^-} = 2^+$

$f'(2^+) = ((2x)^3)' = (8x^3)' = 24x^2 = 24\times 4$

$\to g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right)\times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^-\right) = -4\sqrt{5}\times 4\times 24 \to \frac{24\times 4\times(-4\sqrt{5})}{-48\sqrt{5}} = 8$