۱۶

نام و نام خانوادگی: طاها حق جویی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ کلاس دوازدهم ریاضی A

۱

$$f'(3) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

۲

۲

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3} \longrightarrow f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3}$$

$$\longrightarrow 2\sqrt{ax+1} = 3a \longrightarrow$$

$$f(x) = \sqrt{ax-1} \xrightarrow[\text{خط مماس}]{\text{شیب}} f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} \to \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3} \to 3a = 2\sqrt{ax-1} \quad (I)$$

$$\text{معادله خط گذرنده از ۲ نقطه}: y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \to 3y = x+4 \to x+4 = 3\sqrt{ax-1} \quad (II)$$

$$f(5) = \sqrt{2(5)-1} = \sqrt{9} = 3$$

?

$$\xrightarrow{I \,,\, II} x+4 = \left(\frac{3a}{2}\right)3 = \frac{9a}{2} \to x = 4.5a - 4$$

$$\xrightarrow{II} 4.5a - 4 + 4 = 3\sqrt{a(4.5a-4)-1} \to 9a^2 - 16a - 4 = 0 \to \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{2}{9} \end{cases}$$

۰/۵

۳

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{3}{4} \to f'(1) = \frac{3}{4} \to f'(x) = \frac{(2x+m)(x+3) - (x^2+mx+1)}{(x+3)^2}$$

$$\to f'(1) = \frac{3(2+m)}{16} = \frac{3}{4} \to \boxed{m=2} \quad f(x) = \frac{(x+1)^2}{(x+3)} \to f(1) = \frac{4}{4} = 1$$

$$\to y = \frac{3}{4}x + n \xrightarrow{x=1} 1 = \frac{3}{4} + n \to \boxed{n = \frac{1}{4}} \Longrightarrow m+n = \frac{9}{4}$$

$$m+n = 2+1 = 3$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4} \to \frac{3}{4} + \frac{n}{4} = \frac{2+m}{4} \to m - n = 1 \to n = 1$$

۱

۴

$$f(x) = \frac{(3-\sin x)(9 + 3\sin x + \sin^2 x)}{(3-\sin x)(3+\sin x)} \to f'(x) = \frac{(\sin^2 x + 6\sin x)(\cos x)}{(\sin x + 3)^2}$$

$$g'(x) = 3\left(-\frac{\cos x}{(3+\sin x)^2}\right) \to g'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{-2}{13 - 4\sqrt{3}} \quad , \quad f'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{4\sqrt{3}-1}{-2(13-4\sqrt{3})}$$

$$\Longrightarrow \text{جواب} = -\frac{1}{2}$$

۲

۵

$$g(x) = \frac{1}{2}x^{-5} \to g'(x) = -\frac{5}{2}x^{-6} \to g'(\sqrt[5]{3}) = -\frac{5}{2} \times \frac{1}{\sqrt[5]{3^6}} \quad , \quad g(\sqrt[5]{3}) = \frac{1}{6}$$

$$f'(g(\sqrt[5]{3})) = f'\left(\frac{1}{6}\right) \quad , \quad f(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{2x}} \to f'(x) = \frac{2}{5\sqrt[5]{(2x)^6}} \to f'\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{5}\sqrt[5]{3^6}$$

$$\Longrightarrow \text{جواب مسئله ۶} = -1$$

۲

$f'(x)=۲\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)\left(\frac{(\cos x)(\sin x+1)-(\cos x)(\sin x-1)}{(\sin x+1)^۲}\right)=۴\,\frac{(\sin x-1)\cos x}{(\sin x+1)^۳}$

$\rightarrow f'(x)=g(x)+xg'(x)\rightarrow f'(0)=g(0)=۴\times\frac{-1}{1}=-۴=\lim_{x\to 0} g(x)$ ۶

۲

$f(x)=-x^۲-1\rightarrow f'(x)=-۲x=1\rightarrow x=-\frac{1}{۲}\rightarrow$ خط در $\frac{1}{۲}$ و $x=\frac{-1}{۲}$ منحنی را قطع می کند

$\rightarrow f(\frac{1}{۲})=-\frac{1}{۴}-1=-\frac{۵}{۴}\rightarrow$ جواب $=\frac{۵}{۴}$ ۷

۲

$f'(x)=۲\left[\frac{1}{۲\sqrt{x}}(۴x^۲+۳)+\sqrt{x}(۸x)\right]\rightarrow\frac{f(a)}{a}=f'(a)$

محاسبات... $\Rightarrow a=\frac{1}{۲}\rightarrow f'(\frac{1}{۲})=۸\sqrt{۲}=$ شیب خط d ۸

۲

$f'(x)=\frac{\left(\frac{1}{۲\sqrt{x}}\right)(-۲x^۲+x+1)-\sqrt{x}(-۴x+1)}{(-۲x^۲+x+1)^۲}\rightarrow\frac{f(a)}{a}=f'(a)$

محاسبات... $\rightarrow a=\frac{1}{۲}\rightarrow f(\frac{1}{۲})=\frac{\sqrt{\frac{1}{۲}}}{-\frac{1}{۲}+\frac{1}{۲}+1}=\sqrt{\frac{1}{۲}}$ ۹

۲

تابع $f(x)$ برای $x=\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ می تواند برابر با $x^۳$ باشد پس: $\left(f\circ g(\frac{\sqrt{۵}}{۲})\right)'=g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲})^-\times f'\left(g(\frac{\sqrt{۵}}{۲})^-\right)$

۰/۵

$(f\circ g)'(x)=f'(g(x))\times g'(x)=\frac{۳}{x^۲-1}\times\left(\frac{\frac{۲x}{۲\sqrt{x^۲-1}}}{x^۲-1}\right)\rightarrow(f\circ g)'(\frac{\sqrt{۵}}{۲})=$ ۱۰

$=\frac{۳}{\frac{۵}{۴}-1}\times\left(-\frac{\frac{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}{\sqrt{\frac{1}{۴}}}}{\frac{1}{۴}}\right)=-۴۸\sqrt{۵}\rightarrow$ یک برابر

$g(x)=(x^۲-1)^{-\frac{1}{۲}}\rightarrow g'(x)=\frac{-1}{۲}(x^۲-1)^{-\frac{۳}{۲}}\times ۲x\rightarrow g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-)=\frac{1}{\sqrt{(\frac{۵}{۴})^- -1}}=\frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{۴})^-}}=\frac{1}{(\frac{1}{۲})^-}=۲^+$

$f'(۲^+)=((۲x)^۳)'=(۸x^۳)'=۲۴x^۲=۲۴\times۴\rightarrow g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-)\times f'\left(g(\frac{\sqrt{۵}}{۲})^-\right)=-۴\sqrt{۵}\times۴\times۲۴\rightarrow\frac{۲۴\times۴\times(-۴\sqrt{۵})}{-۴۸\sqrt{۵}}=۸$