۴۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ کلاس A (۲ نمره)

۱

$f'(۳) = ?$ ضریب x در معادله خط مماس

$\begin{cases} (۰,۱) \to b=۱ \\ (۳,۵) \to ۳a+۱=۵ \to a=\frac{۴}{۳} \end{cases}$

$\Rightarrow f'(۳)=\frac{۴}{۳}$ ✓ (۲)

۲

$\begin{cases} (-۱,۱) \\ (۲,۲) \end{cases} \to \begin{matrix} -a+b=۱ \\ ۲a+b=۲ \end{matrix} \to a=\frac{۱}{۳} \to b=\frac{۴}{۳} \to y=\frac{x}{۳}+\frac{۴}{۳}$ (۰/۲۵)

$y'=\frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}} \to \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}}=\frac{۱}{۳} \to \sqrt{ax-۱}=\frac{۳a}{۲}$

(جواب به این سادگی)

$\begin{cases} ax-۱=\frac{۹a^۲}{۴} \\ \frac{x}{۳}+\frac{۴}{۳}=\frac{۳a}{۲} \end{cases} \to a=۱$

$f(x)=\sqrt{x-۱}=\sqrt{۴}=$ (۲)

۳

$y=\frac{۳}{۴}x+\frac{n}{۴} \to m=y'=\frac{۳}{۴}$

$\frac{۳}{۴}=\frac{(۲x+m)(x+۳)-x^۲-mx-۱}{(x+۳)^۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{۳m+۶}{۱۶}=\frac{۳}{۴} \to m=۲$

$y=\frac{x^۲+۲x+۱}{x+۳} \xrightarrow{x=۱} y=۱ \to ۱=\frac{۳}{۴}+\frac{n}{۴} \to n=۱$

$m+n=$ (۳) (۲)

۴

$f(x)=\frac{(۳-\sin x)(۹+\sin^۲x+۳\sin x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)}$

$۳g-f=\frac{۹-۹-\sin^۲x-۳\sin x}{۳+\sin x}$

$\frac{-\sin x(\sin x+۳)}{(\sin x+۳)}=-\sin x \to ۳g'-f'=-\cos x \xrightarrow{x=\frac{۵\pi}{۳}}$

$-\cos\left(\frac{۵\pi}{۳}\right)=\frac{-۱}{۲}$ (۲)

۵

$(fog)'(۵\sqrt{۳})=?$

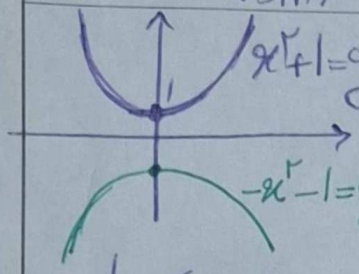
چون $۵\sqrt{۳}$ عددی مثبت است پس قسمت‌های منفی به دست نمی‌آیند

$\begin{cases} \Rightarrow f(x)=\frac{-۱}{۵\sqrt{۲x}} \\ \Rightarrow g(x)=\frac{۱}{۲x^۵} \end{cases} \to fog(x)=-x \to (fog)'(\sqrt{۳})=-۱$ (۲)

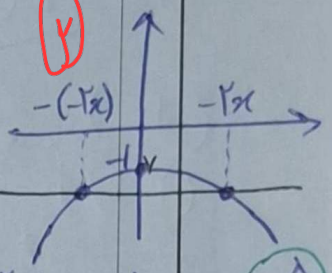
$f(x)-1=xg(x) \longrightarrow g(x)=\dfrac{f(x)-1}{x} \longrightarrow f(0)=1$ (۲)

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=f'(0)$

$f'(x)=2\left(\dfrac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)\left(\dfrac{\cos x(1+\sin x)-\cos x(-1+\sin x)}{(\sin x+1)^2}\right) \xrightarrow{x=0} -\varepsilon$



$\xrightarrow{\text{قرینه}} y=-x^2-1 \longrightarrow y'=-2x$ (۲)



(فقط به صورت مثبت بیان می‌شود) خط $y=K$

چون عمود است $\Longrightarrow -\varepsilon x^2=-1 \longrightarrow x^2=\dfrac{1}{\varepsilon} \rightsquigarrow K=-x^2-1=\dfrac{-1}{\varepsilon}-1=\dfrac{-\Delta}{\varepsilon}$

$m_1\times m_2=-1$

$f'(x)=\dfrac{20x^2+3}{\sqrt{x}} \quad m=\dfrac{f(a)-0}{a-0} \xrightarrow{m=f'(x)} \dfrac{8a^2\sqrt{a}+4\sqrt{a}}{a}=\dfrac{20a^2+3}{\sqrt{a}}$

$8a^2\sqrt{a}+4\sqrt{a}=20a^2\sqrt{a}+3\sqrt{a} \longrightarrow 12a^2\sqrt{a}=\sqrt{a} \longrightarrow a=\pm\dfrac{1}{2}$

چون a زیر رادیکال است $\Downarrow$ $a=\dfrac{+1}{2}$

$m=\dfrac{20}{\frac{1}{2}}=\dfrac{2\sqrt{\frac{1}{2}}+4\sqrt{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{8\alpha^2}{\sqrt{2}}\ \alpha\ \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}$ ✓ (۲)

$f(x)=\dfrac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (۰)

$f(\alpha)=\dfrac{\sqrt{\alpha}}{-2\alpha^2+\alpha+1}\cdot a\alpha \longrightarrow a\sqrt{\alpha}(-2\alpha^2+\alpha+1)=1 \longrightarrow -2a\alpha^{\frac{5}{2}}+a\alpha^{\frac{1}{2}}+a\alpha^{\frac{3}{2}}=1$

مشتق $\longrightarrow -5a\alpha^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}a\alpha^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}a\alpha^{-\frac{1}{2}}=0 \xrightarrow[\times 2\sqrt{\alpha}]{\div a} -10\alpha^2+3\alpha+1=0 \longrightarrow \begin{cases}\alpha=-\frac{1}{5}\\ \alpha=\frac{1}{2}\end{cases}$

$g\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}-1}}=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}=2 \quad x\to\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^- \longrightarrow g\left(\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^-\right)=2^+$

چون تابع نزولی است

$f(x)=x^4 \longrightarrow fog(x)=\dfrac{1}{(x^2-1)^4} \longrightarrow (fog)'\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)=\dfrac{-4(x^2-1)^3(2x)}{(x^2-1)^8}$ (۲)

$(fog)'\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)=-32\sqrt{5}$

خط مماس $=\dfrac{-32\sqrt{5}}{-4\sqrt{5}}=8$ ✓

سؤال ۲۱

$$m = \frac{۲-۱}{۲-(-۱)} = \frac{۱}{۳}$$

$$f(x) = \sqrt{ax-۱} \xrightarrow[\text{خط مماس}]{\text{شیب}} f'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}} \to \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}} = \frac{۱}{۳} \to ۳a = ۲\sqrt{ax-۱} \quad (I)$$

معادله خط گذرنده از ۲ نقطه $\to y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} \to ۳y = x+۴ \to x+۴ = ۳\sqrt{ax-۱}$ (II)

$$\xrightarrow{I,II} x+۴ = \left(\frac{۳a}{۲}\right)^۲ = \frac{۹a}{۴} \to x = ۲۵a - ۴$$

$$\xrightarrow{II} ۲۵a - ۴ + ۴ = ۳\sqrt{a(۲۵a-۴)-۱} \to ۹a^۲ - ۱۶a - ۴ = ۰ \to \begin{cases} a = ۲ \\ a = -\frac{۲}{۹} \end{cases}$$

$$f(۵) = \sqrt{۲(۵)-۱} = \sqrt{۹} = ۳$$