

# پرهام شرعی

۱- آنتی متوسد تغییر تابع  $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$  در بازه  $[1, 3]$   $\Delta$  آنتی لحظاتی تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام عدد برابر است؟  $(a \neq 0)$

$$\Delta = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{(1 - \frac{a}{3}) - (1 - \frac{a}{1})}{3 - 1} = \frac{a}{2}$$

$$\Delta = \frac{a}{2} = \frac{a}{x^2} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{a}{2}}$$

$$x = \sqrt{\frac{a}{2}}$$

$$x = -\sqrt{\frac{a}{2}}$$

$f(x) = \frac{a}{x^2}$

$[1, 3]$

۲- سری  $y = 2ax^2 - 5x + 11a$  در نقطه‌ی  $A$  بر منبسط ناموسی سوم محورهای مختصات هم‌مس است، مقدار  $a$  را بیابید.

$$2ax^2 - 5x + 11a = -x$$

$$2ax^2 - 4x + 11a = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 16 - 4(2a)(11a) = 0$$

$$16 - 88a^2 = 0 \rightarrow a^2 = \frac{16}{88} \rightarrow a = \pm \frac{4}{\sqrt{11}} = \pm \frac{4\sqrt{11}}{11}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{11}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{11}}x^2 - 4x + 9 = -x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{11}}x^2 - 3x + 9 = 0$$

$$a = -\frac{4}{\sqrt{11}} \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{11}}x^2 - 4x - 9 = -x$$

$\frac{1}{\sqrt{11}}x - 4 = 0$   
 $x = 4\sqrt{11}$

$$-\frac{1}{\sqrt{11}}x^2 - 3x - 9 = 0$$

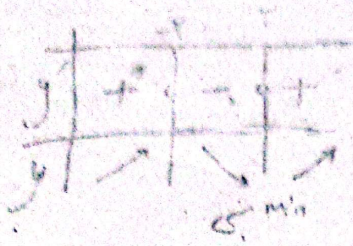
$$-\frac{1}{\sqrt{11}}x - 3 = 0$$

$$x = -3\sqrt{11} \Rightarrow a = -\frac{4}{\sqrt{11}}$$

در این صورت

برهان شریعی

۳- مقدار بیشترین منبج تابع  $y = x^3 - 12x + 2$  را بیابید  
 $f(x) = 12x^2 - 12$



$$\rightarrow f(-2) = 1 - 24 + 2 = -21$$

۴- نمودار تابع  $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$  در نقاطی به طول صفر و ۲- دارای آستریم منبج است. فاصلی بین نقاط آستریم منبج

این تابع را بیابید

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 2b$$

$$f'(0) = 0 \rightarrow b = 0$$

$$f'(-2) = 0 \rightarrow 12 - 4a = 0 \rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

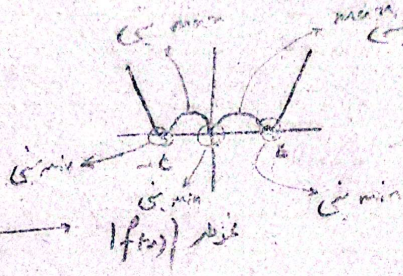
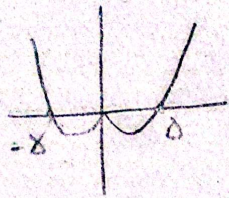
$$\rightarrow \text{ext} \begin{cases} (0, -4) \\ (-2, 0) \end{cases} \rightarrow d = \sqrt{1^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

برهان شریعی

۵- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x^2 - 5/x$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم سببی تابع  $y = |f(x)|$  باشند، مقدار  $\frac{n}{m}$  را بیابید.

$$f(x) = x^2 - 5/x = \begin{cases} x^2 - 5/x & x > 0 \\ x^2 + 5/x & x < 0 \end{cases}$$

بافتد، مقدار  $\frac{n}{m}$  را بیابید.

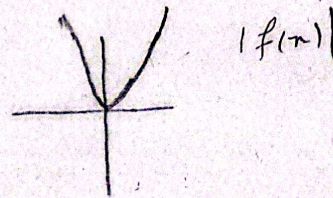
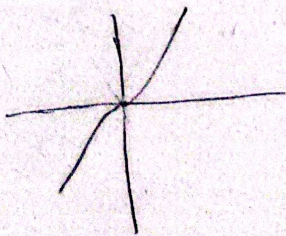


$$m=2 \rightarrow \frac{n}{m} = \frac{3}{2}$$

۴- تابع  $y = |f(x)|$  که در آن  $f(x) = x(|x| + 3)$  است،

$$f(x) = x(|x| + 3) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x < 0 \end{cases}$$

چند نقطهٔ بحرانی دارد؟



نمودار  $f$

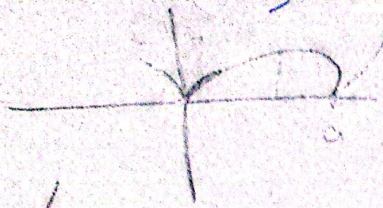
تعداد نقاط بحرانی مرد  $x=0$

پروگرام شریعی

۷- ماکسیمم مطلق تابع

روی بازوی  $f(x) = \sqrt{x^2} |x-a|$

$[0, a]$  برابر  $a$  است. مقدار  $a$  یا  $0$



$f(x) = \sqrt{x^2} (a-x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} (a-x) - \sqrt{x}$

$\rightarrow f'(x) = \frac{a - 2x - x^2}{\sqrt{x}} = 0$   
 $x = \frac{a}{2}$

$f(\frac{a}{2}) = \sqrt{\frac{a^2}{4}} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$

$a = 2, 0$

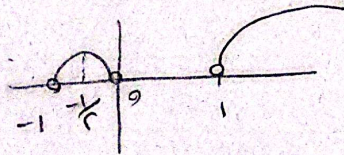
شکل تابع با توجه به این max است  
 $[0, a]$

۸- تابع  $f$  با فایده  $f(x) = \sqrt{x} |x| - x$  در نظر بگیرید

اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم  $f$  و  $k$

تعداد نقاط بحرانی  $f$  باشد، مقدار  $\frac{km+n}{k-n}$  کدام است؟

$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x^2-x} - 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x^2-1} & x \geq 1 \end{cases}$



$k = 2$  (نقطه بحرانی  $1, 0, -1$ )  
 $m = 1$  (ماکسیمم  $1/2$ )  
 $n = 0$  (مینیمم  $0$ )

$f'(x) = 0 \rightarrow \frac{-2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} = 0 \rightarrow x = -1/2$

$\frac{km+n}{k-n} = \frac{2+0}{2-0} = 1$

برهان شریقی

۹- برای هر مقدار صحیح  $m$  تابع  $y = \frac{mx+2}{x-1+m}$  روی بازه  $(-\infty, 1)$  نزولی است  $(m \neq 2)$

تابع صعودی است:  $m^2 - m - 2 < 0 \rightarrow -1 < m < 2$   
 نزولی است:  $m(m-1) - 1 < 0 \rightarrow m(m-1) < 1$

برای  $x=1$  چنانچه  $m \neq 2$  در طول آن بازه بازه  $(-\infty, 1)$  است:

$1-m \leq 1 \rightarrow m \geq 0$   
(2)

$1 \cap 2 \rightarrow 0 \leq m \leq 2 \xrightarrow[m \neq 2]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{0, 1\}$

۱۰- تابع  $f(x) = \frac{x}{1-x/x}$  صعودی در  $x > 0$

$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x > 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & x > 0 \\ \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x < 0 \end{cases}$

$f'(x) = 0 \xrightarrow{x < 0} 1-x^2 = 0 \rightarrow x = -1, +1$   
 در  $x > 0$  من معکوس است

شاید صعودی  $\leftarrow x = -1$

در  $x=0$  بررسی کنیم  $f'_+(0) = 1$  و  $f'_-(0) = 1$   
 پس تابع در نقطه  $x=0$  مشتق نزولی!