۱۸/۷۵

نام و نام خانوادگی: محمدحسین ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ ... کلاس ۱۲ ...

۱

تغییرات متوسط $\Rightarrow \dfrac{1-\frac{a}{2}-1+a}{3-1} = \dfrac{a}{4}$

$\Longrightarrow \dfrac{a}{4} = \dfrac{a}{x^2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ جواب

$\begin{cases} x=-\sqrt{3} & ✗ \\ x=\sqrt{3} & ✓ \end{cases}$

$f'(x) = +\dfrac{a}{x^2}$

۱/۷۵

۲

برای اینکه مماس باشد باید $f(x)=g(x)$ و $f'(x)=g'(x)$

$f'(x) = g'(x) \Rightarrow 4ax - 5 = 1 \Rightarrow x = \dfrac{3}{2a}$

$f(x) = g(x) \Rightarrow \dfrac{9}{4a} - \dfrac{15}{2a} + 18a = \dfrac{3}{2a}$

$-\dfrac{6}{2a} + 18a = \dfrac{3}{2a} \Rightarrow 18a = \dfrac{9}{2a} \Rightarrow a^2 = \dfrac{1}{4}$

$a = \begin{cases} +\frac{1}{2} \to & \text{ق ق} \\ -\frac{1}{2} \to & \text{غ ق} \end{cases}$ جواب

a باید در ناحیه ۳ منفی باشد.

نیمساز ناحیه‌ی سوم $y = +x$

۲

۳

تابع پیوسته است پس min نسبی را در $f'(x)=0$ ها می‌یابیم

$y' = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

-2		$+2$	
+	−		+

$\Rightarrow \begin{cases} +2 \to \min \text{ نسبی} \Rightarrow f(2) = -14 \\ -2 \to \max \text{ نسبی} \end{cases}$ جواب

۲

۴

تابع پیوسته است پس در نقاط داده شده $f'(x)=0$ است.

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$

$\Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0$

$y'(-2) = 0 \Rightarrow 12 - 4a = 0 \Rightarrow a = 3$

$y = x^3 + 3x^2 - 4$

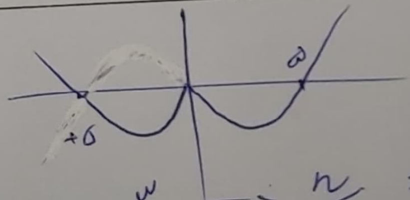
$\Rightarrow f(0) = -4,\ f(-2) = 0 \xrightarrow{\text{فاصله}} \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$

$= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$ جواب

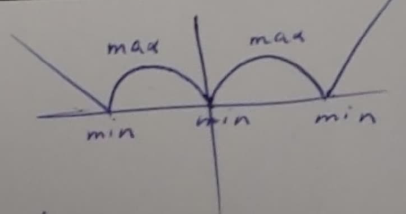
۲

۵

$f(x) =$



$\Rightarrow |f'(x)| =$

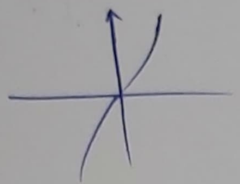
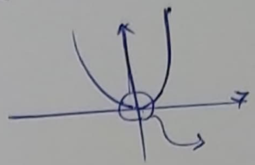


$m = 2,\ n = 3 \Rightarrow \dfrac{n}{m} = \dfrac{3}{2}$ جواب

۲

سوال ۶ –

$f(x) = x(|x|+2) \Rightarrow x \geq 0:\ x^2+2x$
$x<0:\ -x^2+2x$

$\rightarrow f(x) =$  $\Rightarrow |f(x)| =$ 

۴

← یک نقطه ی بحرانی دارد ✓

سوال ۷ – ۱

$f(x) \xrightarrow[x<a]{} \sqrt[3]{x^2}(a-x)$

$f'(x) = \dfrac{2x(a-x)}{3\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{x^2} = 0 \Rightarrow 2ax - 2x^2 = 3x \Rightarrow x = \dfrac{2a-3}{2}$

$\rightarrow \sqrt[3]{\dfrac{(2a-3)^2}{4}}\left(\dfrac{2a-2a+3}{2}\right) = 3/2 \Rightarrow \sqrt[3]{\dfrac{(2a-3)^2}{4}} = 1 \Rightarrow (2a-3)^2 = 4$

$\rightarrow 2a-3 = \pm 2 \rightarrow a = \begin{cases} 2.5 \\ 0.5 \end{cases}$

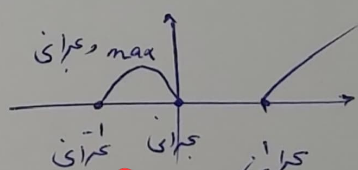
$f(x_{max}) = 1.5 \rightarrow f(\tfrac{2}{5}a) = \tfrac{3}{2} \rightarrow -\sqrt[3]{\tfrac{4}{25}a^2}(\tfrac{2}{5}a - a) = \tfrac{3}{2} \rightarrow a \times \sqrt[3]{\tfrac{4}{25}a^2} = \tfrac{5}{2}$

$\xrightarrow{\text{توان ۳}} a^3 \times \tfrac{4}{25}a^2 = \tfrac{125}{8} \rightarrow a^5 = \tfrac{125}{8} \times \tfrac{25}{4} = (\tfrac{5}{2})^5 \rightarrow a = \tfrac{5}{2} = 2.5$

سوال ۸ –

$f(x) \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0: & \sqrt{x^2-x} \Rightarrow D_f = x=0,\ x \geq 1 \\ x<0: & \sqrt{-x^2-x} \Rightarrow D_f = -1 \leq x < 0 \end{cases}$

شکل تقریبی تابع:



$m=1$
$n=0$
$k=4$
$\Rightarrow \dfrac{4 \times 1 + 0}{4 - 0} = 1$ ← جواب ✓

۴

سوال ۹ –

$f(x) = \dfrac{mx+2}{x-1+m} \Rightarrow \dfrac{m(x-1+m) - (mx+2)}{(x-1+m)^2} = \dfrac{mx - m + m^2 - mx - 2}{(x-1+m)^2}$ → صورت (+)

ریشه $\Rightarrow 1-m$

$\rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \quad -1 < m < 2$

$\cap \Rightarrow 0 \leq m < 2 \rightarrow \{0, 1\}$ ۲ جواب ✓

۴

(+) ریشه مخرج باید قبل از $x=1$ باشد
$1-m \leq 1 \Rightarrow m \geq 0$

سوال ۱۰ –

$D_f = R - \{1\}$

$x \geq 0: \quad \dfrac{x}{1-x^2} \rightarrow f'(x) = \dfrac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = 0 \ \ne 0$ → ریشه ندارد

$= 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow$ تو دامنه نیست

$x<0: \quad \dfrac{x}{1+x^2} \rightarrow f'(x) = \dfrac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \rightarrow x = +1,\ -1$

+۱ تو دامنه نیست ، −۱ ← جواب ✓

۴

تعداد نقاط بحرانی = ۱