۲۵ تکلیف

آزمون سلطانی، دوازدهم تجربی A ۱۴,۲۵

$f(x) = 1 - \frac{a}{x} \xrightarrow{[1,3]} \frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{3-1} = \frac{a}{3}$ $\rightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{3} & \times \\ \boxed{x=\sqrt{3}} & \checkmark \end{cases}$ $x = \pm\sqrt{3}$ (۱

$f'(x) = \frac{a}{x^2} \longrightarrow \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \rightarrow x^2 = 3$ ۱,۷۵

$2ax^2 - 5x + 18a = x \rightarrow 2ax^2 - 6x + 18a = 0 \xrightarrow{\div 2} ax^2 - 3x + 9a = 0$

$A(x,-x) \longrightarrow 2ax^2 - 5x + 18a = -x \rightarrow 2ax^2 - 4x + 18a = 0$ ۱,۵ (۲

$\boxed{ax^2 - 2x + 9a = 0} \xrightarrow{\Delta = 0}$

$y' = 4ax - 5 = 1 \rightarrow \boxed{ax = \frac{3}{2} \; (x<0)}$

$ax^2 - 3x + 9a = 0 \xrightarrow{\Delta=0} 9 - 4(a)(9a) = 0 \longrightarrow 9 - 36a^2 = 0$

$\longrightarrow a^2 = \frac{1}{4} \longrightarrow a = \pm\frac{1}{2} \longrightarrow \boxed{a = \frac{-1}{2}}$

$4 - 36a^2 = 0 \longrightarrow a = \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$

$a = \frac{1}{2} \rightarrow$ معادله تقاطع $\rightarrow x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 = 0 \longrightarrow$ ریشه مثبت غ ق ق

غ ق ق

$y' = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) \longrightarrow$ (۳

x		-2		2	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

min نسبی

$y = x^3 - 12x + 2 \xrightarrow{x=2} = (2)^3 - 12(2) + 2 = -14$

۲

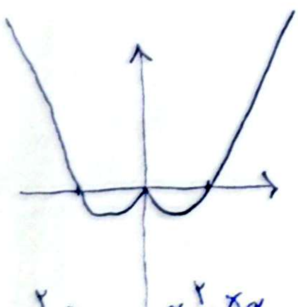
$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$ (۴

$(0,0) , (-2,0) \in y' \longrightarrow \boxed{b=0} \boxed{a=3} \longrightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4 \xrightarrow{x=0,-2} \begin{matrix}(0,-4)\\(-2,0)\end{matrix}$

$d = \sqrt{(4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

۲

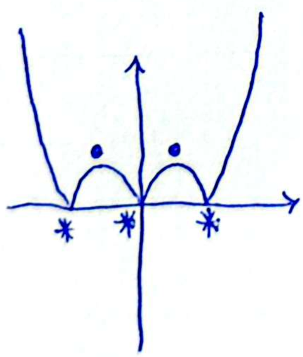
رسم شکل (۵



x^2+5x x^2-5x

$f(x)$

$\xrightarrow{|f(x)|}$



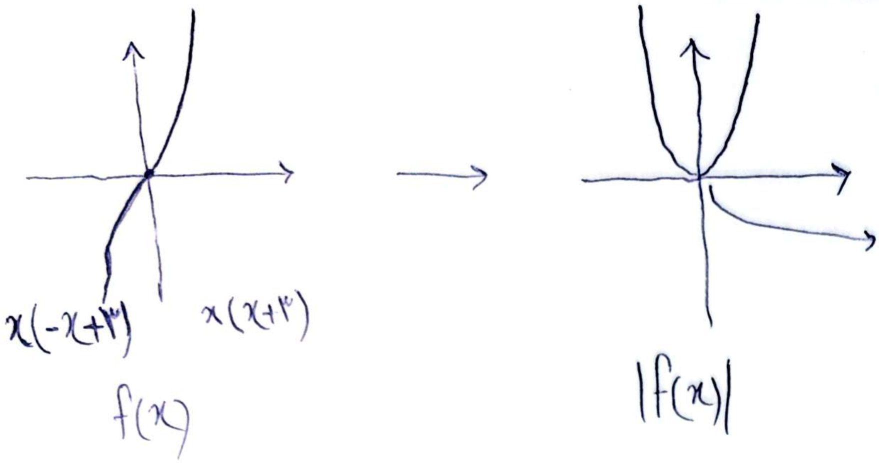
$|f(x)|$

$*$ $\min_{\text{نسبی}} = 3 = n$

$\bullet$ $\max_{\text{نسبی}} = 2 = m$

$\frac{n}{m} = \frac{3}{2}$

۲



۱ نقطه بحرانی

۲

۷) با توجه به بازه‌ی $[0,a]$:

۰/۵

$f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,(-x+a)$

$f'(x)=\frac{2x(-x+a)}{3\sqrt[3]{x}}-\sqrt[3]{x^2}=0 \to 2\cancel{x}(-x+a)=3\cancel{x} \to -x+a=\frac{3}{2}$

(جواب پایین صفحه)

$x=\frac{3}{2} \to a=3$

۸)

۰/۵

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x} & x\geq 1\\ \sqrt{-x^2-x} & -1\leq x\leq 0\end{cases}\qquad f'(x)=\begin{cases}\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x\geq 1\\ \frac{-(2x+1)}{2\sqrt{-x^2-x}} & -1\leq x\leq 0\end{cases}$$

(جواب پایین صفحه)

۹) به ازای ... مقدار صحیح m در بازه‌ی $(1,+\infty)$ نزولی است

$\to y'=\frac{m^2-m-2}{(x-(m-1))^2} \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array} \to m=-1,0,1$

۱

$-1\leq m\leq 2\ ,\ m\neq 2 \to -1\leq m<2$ (I)

ریشه‌ی مخرج: $x=1-m\leq 1 \to m\geq 0$ (II)

(I) $\cap$ (II) $\to m=0,1$

۱۰)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{1-x^2} & x\geq 0\\ \frac{x}{1+x^2} & x<0\end{cases}\qquad f'(x)=\begin{cases}\frac{1-3x^2}{(1-x^2)^2} & x\geq 0 \to x=\frac{\sqrt{3}}{3}\\ \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x<0 \to x=-1\end{cases}$$

* صفر نقطه بحرانی نیست

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

۱

مشتق تابع:

$x\geq 0 \to f'(x)=\frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \to x^2=-1$ ✗

$x<0 \to f'(x)=\frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \to x^2=1 \to x=-1$ ✓ → یک نقطه بحرانی

۲ نقطه‌ی بحرانی به طول‌های $x=-1,\frac{\sqrt{3}}{3}$ دارد

سوال ۷

$$x \in [0,a] \rightarrow |x-a| = -(x-a) \rightarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}(x-a) = -x^{\frac{5}{3}} + a x^{\frac{2}{3}}$$

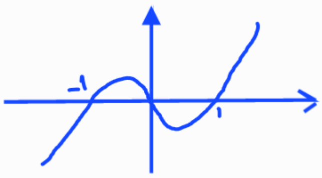
$$f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} a x^{-\frac{1}{3}} = 0 \rightarrow \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(-5x + 2a) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{5}a \rightarrow \max \checkmark \end{cases}$$

$$f(x_{max}) = 1.5 \rightarrow f\left(\frac{2}{5}a\right) = \frac{3}{2} \rightarrow -\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2}\left(\frac{2}{5}a - a\right) = \frac{3}{2} \rightarrow a \times \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} = \frac{5}{2}$$

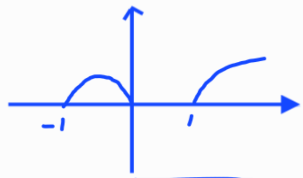
$$\xrightarrow{\text{توان ۳}} a^3 \times \frac{4}{25}a^2 = \frac{125}{8} \rightarrow a^5 = \frac{125}{8} \times \frac{25}{4} = \left(\frac{5}{2}\right)^5 \rightarrow a = \frac{5}{2} = 2.5$$

سوال ۸

$$y = |x|x - x \rightarrow \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \quad (\mathrm{I}) \\ -x^2 - x & x < 0 \quad (\mathrm{II}) \end{cases}$$



$\rightarrow$



$$y = \sqrt{x|x| - x}$$

(نقطه بحرانی) $\boxed{K = 4}$ ، (نقطه max) $\boxed{m = 1}$ ، (نقطه min) $\boxed{n = 0}$

$$\frac{Km + n}{K - n} = \frac{4 \times 1 - 0}{4 - 0} = \frac{4}{4} = 1$$