سامان بخشی

1) $f(1) = 1 - a \qquad f(3) = 1 - \frac{a}{3}$

$$\frac{f(3) - f(1)}{2} = \bar{m} \Rightarrow \frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{2} = \frac{a}{3}$$

$$f'(x) = +\frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \Rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{3}}$$

2) $2ax^2 - 5x + 18a = x \rightarrow 2ax^2 - 6x + 18a = 0$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4(2a)(18a) = 0 \rightarrow a = \pm\frac{1}{2}$$

$1)\ a = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = 3 \longrightarrow$ چون صورت سؤال گفته در ناحیه سوم ریشه دارد

$2)\ a = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow \boxed{x = -3}$ جواب منفی باشد

3) $y = x^3 - 12x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12 \Rightarrow$

$$\begin{array}{c|c|c|c} & -2 & & 2 \\ \hline + & & - & & + \\ \nearrow & & \searrow & & \nearrow \end{array}$$

$$\Rightarrow f(2) = 8 - 24 + 2 = \boxed{-14}$$

4) چون تابع در R مشتق پذیر است پس در نقاط دارای اکسترمم نسبی مشتق آن برابر صفر است

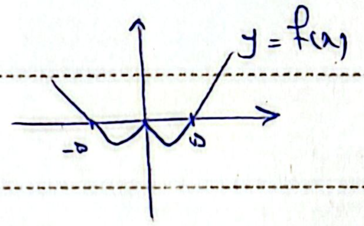
$$y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4 \longrightarrow y' = 3x^2 + 2ax - 2b$$

$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow -2b = 0 \rightarrow b = 0 \\ x = -2 \rightarrow 12 - 4a = 0 \rightarrow a = 3 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$$

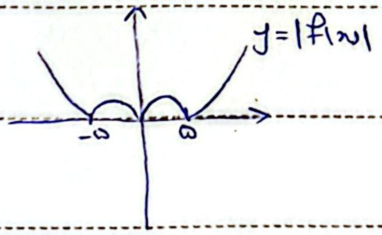
$$f(0) = -4,\ f(-2) = 0 \Rightarrow d = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

ماژن بخش

⑤ $f(x)=\begin{cases} x^2-5x \; ; & x\geq 0 \\ x^2+5x \; ; & x<0 \end{cases} \Longrightarrow$

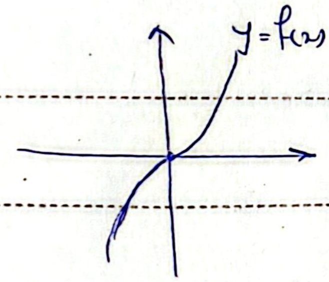


$\Longrightarrow$

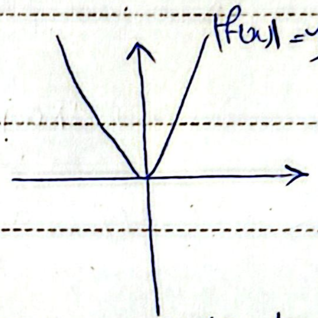


$\Longrightarrow \begin{cases} n=3 \\ m=2 \end{cases} \longrightarrow \dfrac{n}{m}=\dfrac{3}{2}=\boxed{1/5}$

⑥ $f(x)=\begin{cases} x(x+3) \; ; & x\geq 0 \\ x(-x+3) \; ; & x<0 \end{cases}$



$\Longrightarrow$



تنها دارای یک نقطه بحرانی است $x=0$

⑦ مطابق بازه داده شده، پس a عددی مثبت است بنابراین داریم:

$0\leq x\leq a \Longrightarrow f(x)=\sqrt[3]{x^2}(a-x) \longrightarrow f'(x)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\times(a-x)+\sqrt[3]{x^2}(-1)$

$\Longrightarrow \dfrac{2a-2x}{3\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{x^2} \Longrightarrow 2a-2x=3x \Longrightarrow \dfrac{2a}{5}=x$

$f(0)=f(a)=0 \longrightarrow f(\tfrac{2a}{5})=\sqrt[3]{\dfrac{4a^2}{25}}\times\dfrac{3a}{5}=\dfrac{3}{2} \Longrightarrow \dfrac{4a^5}{25}=\dfrac{125}{8}$

$\Longrightarrow a^5=(\tfrac{5}{2})^5 \Longrightarrow \boxed{a=\dfrac{5}{2}}$

⑧ $f(x)=\sqrt{x|x|-x} \Longrightarrow f(x)=\begin{cases} \sqrt{x^2-x} \; ; & x\geq 0 \\ \sqrt{-x^2-x} \; ; & -1\leq x\leq 0 \end{cases}$

$f'(x)=\begin{cases} \dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} \; ; & x>1 \\ \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} \; ; & -1<x<0 \end{cases}$

$\frac{1}{2} \longrightarrow$ غ ق ق ; $\quad 1$: $-\;|\;+$, min

$-\frac{1}{2}$: $+\;|\;-$, max نسبی

$\Longrightarrow m=1\,,\; n=0\,,\; K=\{-1,0,1,-\tfrac{1}{2}\}$

$\Longrightarrow \dfrac{km+n}{k-n}=\dfrac{4\times 1+0}{4-0}=\dfrac{4}{4}=1$ ①

ماهان نجفی

(۹) برای نزولی بودن باید مشتق منفی باشد و تابع در بازهٔ مذکور مجانب قائم نداشته باشد

$$y=\frac{mx+2}{x+m-1}\longrightarrow y'=\frac{m(m-1)-2}{(x+m-1)^2}=\frac{m^2-m-2}{(x+m-1)^2}\Longrightarrow \begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \\ \nearrow & & \searrow & & \nearrow \end{array}\Longrightarrow -1<m<2$$

$$x+m-1\neq 0\Longrightarrow x\neq 1-m\Longrightarrow 1-m<1\Longrightarrow 0<m\longrightarrow 0<m<2$$

تنها به ازای یک مقدار صحیح m برقرار است و آن $m=1$ است

(۱۰)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-x^2} ; & x\geq 0\\ \dfrac{x}{1+x^2} ; & x<0\end{cases}\longrightarrow f'(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{(1-x^2)^2} ; & x\geq 0\\ \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} ; & x<0\end{cases}$$

$\Longrightarrow$ این تابع در نقطهٔ صفر مشتق پذیر است

* این تابع تنها دارای یک نقطهٔ بحرانی است