نام و نام خانوادگی ...آرتین جلیلی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۵.. کلاس ...دوازدهم تجربی A...

۱

آهنگ متوسط در $[1,3]$ $= \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{1-\frac{a}{3}-(1-a)}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$

آهنگ لحظه‌ای $f'(x) = \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \rightarrow x = \sqrt{3}$

۲

$y = 2ax^2 - 5x + 11a \rightarrow y_A = 2ax_A^2 - 5x_A + 11a = x_A \xrightarrow{(I)} 2a\left(\frac{3}{2a}\right)^2 - 5\left(\frac{3}{2a}\right) + 11a = \frac{3}{2a}$

$x_A, y_A < 0$

$y_A = x_A$

$y' = 4ax_A - 5 = 1 \rightarrow 4ax_A = 6 \rightarrow x_A = \frac{3}{2a}$ (I)

$\rightarrow a^2 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \xrightarrow[\text{غ ق ق}]{x<0} a = \frac{1}{2}$

۳

$y = x^3 - 12x + 2 \rightarrow y' = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2$, $y'' = 6x \xrightarrow{x=-2} y'' = -12$ max نسبی

$\xrightarrow{x=2} y'' = 12$ min نسبی

x		-2		2	
y'	+	0	−	0	+
y	↗	max نسبی	↘	-14 min نسبی	↗

$\rightarrow$ min نسبی $= f(2) = -14$

۴

$y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4 \rightarrow y' = 3x^2 + 2ax - 2b \xrightarrow{x=0} -2b = 0 \Rightarrow b = 0$

$\xrightarrow{x=-2} 12 - 4a = 0 \rightarrow a = 3$

$\rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$

$x_1 = 0 \rightarrow y_1 = -4$

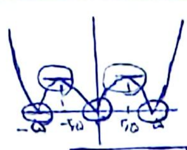
$x_2 = -2 \rightarrow y_2 = 0$

$d = \sqrt{(y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2} = \sqrt{(0+4)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

۵

$f(x) = x^2 - 5|x| \xrightarrow{x \geq 0} f(x) = x^2 - 5x \rightarrow$ (0, 5: + 0 − 0 +)

$\xrightarrow{x<0} f(x) = x^2 + 5x \rightarrow$ (−5, 0: + 0 − 0 +)



نقطه مرزی: $x = 0 \rightarrow$ min نسبی

$y = |f(x)| \xrightarrow{f(x) \geq 0} \begin{cases} y = x^2 - 5x \ ; \ x > 5 \\ y = x^2 + 5x \ ; \ x < -5 \end{cases}$ با رسم شکل $\rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \end{cases} \rightarrow \frac{n}{m} = \frac{3}{2}$

$\xrightarrow{f(x) < 0} \begin{cases} y = -x^2 + 5x \ , \ 0 < x < 5 \rightarrow y' = -2x + 5 = 0 \rightarrow x = 2.5 \\ y = -x^2 - 5x \ , \ -5 < x < 0 \rightarrow y' = -2x - 5 = 0 \rightarrow x = -2.5 \end{cases}$

x		2.5	
y'	+	0	−
y	↗	max نسبی	↘

x		-2.5	
y'	+	0	−
y	↗	max نسبی	↘

$y=|f(x)|=\big|x|x|+3x\big| \xrightarrow{x\geq 0} |x^2+3x| \to y'=\dfrac{(x^2+3x)(2x+3)}{|x^2+3x|}=2x+3=0 \to x=\dfrac{-3}{2}$ ✗ $x\geq 0$

$\xrightarrow{x<0} |-x^2+3x| \to y'=\dfrac{(-x^2+3x)(-2x+3)}{|-x^2+3x|}=2x-3=0 \to x=\dfrac{3}{2}$ ✗ $x<0$

در $x=0$ مشتق $\begin{cases} f'_-(0)=-3 \\ f'_+(0)=3 \end{cases}$ ← مشتق وجود ندارد ← نقطه بحرانی است

یک نقطه بحرانی دارد.

$y=\sqrt[3]{x^2}\,|x-a| \to y=x^{\frac{2}{3}}\times|x-a| \xrightarrow{y'=0} x=\dfrac{(\frac{2}{3}\times a)+(1\times 0)}{\frac{2}{3}+1}=\dfrac{2}{5}a$

$x=0$ بحرانی ، $x=a$ بحرانی

$y_{max}=1/5 \to f(\frac{2}{5}a)=1/5 \to \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2}\times\left|\frac{-3}{5}a\right|=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2}\times|a|=\frac{5}{2} \xrightarrow{\text{توان } 3} \frac{4}{25}a^5=\frac{125}{8} \to a^5=\frac{25\times125}{8\times4}=\left(\frac{5}{2}\right)^5 \to a=\frac{5}{2}$

$f(x)=\sqrt{x|x|-x} \xrightarrow{x\geq 0} \sqrt{x^2-x}$ ؛ $\quad 0 \quad 1:\ + \ 0 \ - \ 0 \ +$ $\to x\in[1,+\infty) \Rightarrow D_f=[-1,0]\cup[1,+\infty)$

$\xrightarrow{x\leq 0} \sqrt{-x^2-x}$ ؛ $\quad -1 \quad 0:\ - \ 0 \ + \ 0 \ -$ $\to x\in[-1,0]$

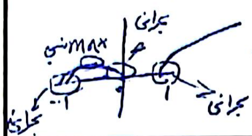
$\to f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x^2-x} & -1\leq x\leq 0\\ \sqrt{x^2-x} & x\geq 1\end{cases}$

$x>0$ (بازه $(1,+\infty)$ که تابع تعریف شده) $\to f'(x)=\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}=0 \to 2x-1=0 \to x=\frac{1}{2}$ ✗

$x<0$ (بازه $(-1,0)$) $\to f'(x)=\dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}=0 \to -2x-1=0 \to x=\frac{-1}{2}$ نقطه بحرانی

x		$-\frac{1}{2}$	
y'	+	0	−
y	↗		↘

max نسبی



$\to m=1,\ n=0,\ k=4 \to \dfrac{km+n}{k-n}=1$

$y=\dfrac{mx+2}{x-1+m} \to y'=\dfrac{m(x-1+m)-(mx+2)}{(x-1+m)^2}=\dfrac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2}<0 \to (m-2)(m+1)<0$

(همواره مثبت)

$-1 \quad 2:\ + \ 0 \ - \ 0 \ +$

$\to m\in(-1,2) \to m=0,1 \to$ ۲ مقدار

$f(x)=\dfrac{x}{1-x|x|} \xrightarrow{x\geq 0} \dfrac{x}{1-x^2} \to y'=\dfrac{1-x^2-(-2x^2)}{(1-x^2)^2}=\dfrac{1+x^2}{(1-x^2)^2}=0 \to 1-x^2=0 \to \begin{cases}x=1 ✗\\ x=-1 ✗\end{cases}$

مخرج در $\frac{x}{1-x^2}$ به ازای ۱ و ۱- تعریف نمی‌شود

$\xrightarrow{x<0} \dfrac{x}{1+x^2} \to y'=\dfrac{1+x^2-(2x^2)}{(1+x^2)^2}=\dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}=0 \to 1-x^2=0 \xrightarrow{x<0} \begin{cases}x=1 ✗\\ x=-1 ✓\end{cases}$

نقطه بحرانی

یک نقطه بحرانی دارد