۱- میانگین $\frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{3-1} = \frac{a}{3}$

$f'(x) = \frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ (۲)

$[1,3] \rightarrow \boxed{x = +\sqrt{3}}$ ✓

۲- (۱٫۵)

$y = 2ax^2 - ax + 18a$ ، $y = x$

$2ax^2 - ax + 18a = x$

$9 - 36a^2 = 0 \rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \rightarrow a = \pm\frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{-1}{2}$

$2ax^2 - 9x + 18a = 0$

$ax^2 - 3x + 9a = 0$

$\Delta = 0 \rightarrow 9 - 36a = 0 \rightarrow a = \frac{1}{4}$ → ریشه مضاعف → $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 = 0$ → غیرقابل قبول

۳- $y' = 3x^2 - 12 \rightarrow 3(x^2 - 4) \rightarrow x = \pm 2$ (۲)

	-2		$+2$	
y'	$+$	$-$	$-$	$+$
y	↗	↘	↘	↗

$\Rightarrow$ مینیمم نسبی $= \boxed{-14}$ ✓

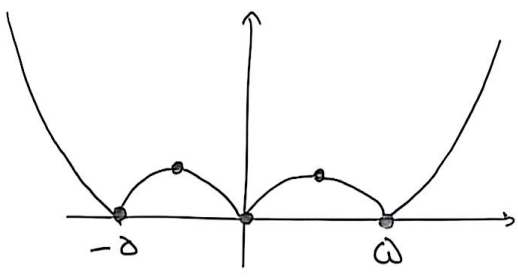
۴- $y' = 3x^2 + 2ax - 2b$

$y'(0) = 0 \Rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0 \rightarrow y(0) = -4$

$y'(-2) = 0 \Rightarrow 12 - 4a = 0 \rightarrow a = 3 \rightarrow y(-2) = 0$

$\Rightarrow \sqrt{(-2-0)^2 + (0-(-4))^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$ ✓ (۲)

۵- $f(x) = x^2 - 2|x| \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ x^2 + 2x & x < 0 \end{cases}$



(۲)

$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{3}{4} = \boxed{0.75}$ ✓

۶- $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(0^+) = f'(0^-) = 0$ (۲)

$\Leftarrow$ تابع $f(x)$ در همسایگی چپ و راست صفر نزولی است

تابع $f(x)$ در همسایگی چپ و راست صفر صعودی است $\Rightarrow x = 0$ دارای min نسبی است ✓

۷- $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2}(x-a) & x \geq a \\ -\sqrt[3]{x^2}(x-a) & x < a \end{cases}$

$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2} & x > a \\ -\frac{-2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{x^2} & x < a \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{-2(x-a)}{\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{-2(x-a)}{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x^2}$ (۲)

$\Rightarrow x - a = -\frac{3x}{2} \rightarrow x = \frac{2a}{5}$

$-\sqrt[3]{(\frac{2a}{5})^2}(\frac{2a}{5} - a) = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \times a = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^3}{25a}} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{4a^3}{25a} = \frac{125}{8} \rightarrow \boxed{a = 2.5}$ ✓

۸- $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x} & x \geq 0 \Rightarrow D: x \geq 1 \\ \sqrt{-x^2 - x} & x < 0 \Rightarrow D: -1 \leq x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow m = 1$
$n = 0$
$k = 4$ (۲)

$\frac{4m+n}{k-n} = \frac{4}{4} = \boxed{1}$ ✓

۹-

$$y = \frac{mx+2}{x-1+m} \rightarrow y' = \frac{m(m-1)-2}{(x-1+m)^2} = \frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2}$$

$$\Rightarrow m^2-m-2 \geq 0 \rightarrow -1 \geq m \geq 2$$

$$1-m \geq 1 \rightarrow m \geq 0 \quad (۲)$$

$$\Rightarrow 0 \leq m \leq 2 \quad (m \neq 2) \rightarrow m = \{0, 1\}$$

۱۰-

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & \text{در بازه فقط} \\ \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & \text{جوابی ندارد} \end{cases}$$

(۲)

← مقادیر نقطه جدای در $x=-1$ ✓

* در صفرهم تابع مشتق پذیره و مشتق در صفر برابر در صفر برابر صفر نشیه ⇐ صفر جدای نیست!