۱-

$$\text{متوسط} = \frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{3-1} = \frac{a}{3}$$

$$f'(x) = \frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \to x = \pm\sqrt{3}$$

$$[1,3] \to \boxed{x = +\sqrt{3}}$$

۲-

$$\begin{cases} y = 2ax^2 - ax + 11a \\ y = x \end{cases} \Rightarrow 2ax^2 - ax + 11a = x$$

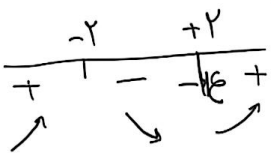
$$\Rightarrow 2ax^2 - 9x + 11a = 0$$

$$\hookrightarrow ax^2 - 3x + 9a = 0$$

$$\Delta = 0 \to 9 - 36a = 0 \to a = \frac{1}{4}$$

۳-

$$y' = 3x^2 - 12 \to 3(x^2-4) \to x = \pm 2$$



$$\Rightarrow \text{نقطه مینیمم} = \boxed{-16}$$

۴-

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x < 0 \end{cases}$$

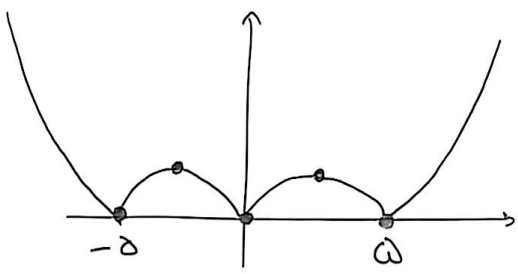
$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(0^+) = f'(0^-) = 0$$

$\Leftarrow$ تابع $f(x)$ در همسایگی پیوسته و مشتق‌پذیر است

تابع $f(x)$ در همسایگی پیوسته و مشتق‌پذیر است و در $x=0$ دارای min است $\Rightarrow$ یک نقطه‌ی بحرانی

۵-

$$f(x) = x^2 - 8|x| + 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 3 & x \geq 0 \\ x^2 + 8x + 3 & x < 0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{3}{1} = \boxed{9}$$

۶-

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x} & x \geq 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow x \geq 1 \\ \sqrt{-x^2 - x} & x < 0 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

$$m = 1$$
$$n = 0$$
$$k = 3$$

$$\frac{4m+n}{k-n} = \frac{3}{3} = \boxed{1}$$

۷-

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2}(x-a) & x \geq a \\ -\sqrt[3]{x^2}(x-a) & x < a \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2} & x > a \\ -\frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{x^2} & x < a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{-2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x^2}$$

$$\Rightarrow x - a = -\frac{3x}{2} \to x = \frac{2a}{5}$$

$$-\sqrt[3]{(\frac{2a}{5})^2}(\frac{2a}{5} - a) = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \times a = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{64a^3}{25a}} = \frac{8}{5} \to \frac{64a^3}{25a} = \frac{512}{125} \to \boxed{a = 2/5}$$

۸-

$$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0 \to y(0) = -4$$

$$y'(-2) = 0 \Rightarrow 12 - 4a = 0 \to a = 3 \to y(-2) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{(-2-0)^2 + (0-(-4))^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

۹-

$$y = \frac{mx+2}{x-1+m} \rightarrow y' = \frac{m(m-1)-2}{(x-1+m)^2} = \frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2} \neq 0$$

$$\Rightarrow m^2-m-2 \neq 0 \rightarrow -1 \neq m \neq 2$$

$$\rightarrow 1-m \neq 1 \rightarrow m \neq 0$$

$$\Rightarrow 0 \neq m \neq 2 \rightarrow m = \{0, 1\}$$

$m \neq 2$

۱۰-

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & \text{در بازه فقط} \\ & \text{جوابی ندارد} \\ \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & \end{cases}$$

$\Leftarrow$ مقادیر نقطه جدایی در $x=-1$

* در صفرهم تابع مشتق پذیره و مشتق در صفر برابر در صفر برابر صفر نشه $\Rightarrow$ صفر جدایی نیست!