۲۰

ابراز آزادینا — پاسخ برگه آزمون شماره ۲۵ — دوازدهم پیران A

① آهنگ تغییرات $= \dfrac{f(a)-f(\alpha)}{a-\alpha} \Rightarrow \dfrac{1-\frac{a}{3}-1+a}{3-1} = \dfrac{\frac{2}{3}a}{2} = \frac{1}{3}a \quad , \quad f'(a) = \dfrac{a}{x^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{3}a = \dfrac{a}{a^2} \Rightarrow a = \pm\sqrt{3} \xrightarrow[\text{دامنه}]{\text{صادق در}} a = \sqrt{3}$ ✓ ②

② $y = 2ax^2 - 5x + 18a$, $y_2 = x$ مماس $\}$ $2ax^2 - 5x + 18a = x \Rightarrow 2ax^2 - 6x + 18a = 0$ ②

$\Rightarrow ax^2 - 3x + 9a = 0 \xrightarrow{\Delta = 0} 9 - 36a^2 = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm\frac{1}{2}$ ✓

در ناحیه سوم پس $a = -\frac{1}{2}$

③ $y = x^3 - 12x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12 \xrightarrow{\text{ریشه‌های مشتق}} y' = -2, 2$

x		-2		2	
y'	+		−		+
y	↗		↘		↗

$f(2) = min$ نسبی $\Rightarrow f(2) = -14$ ✓ ②

④ $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax - 2b \xrightarrow[\text{در } -2 \text{ و } 0]{\text{اکسترمم نسبی}}$

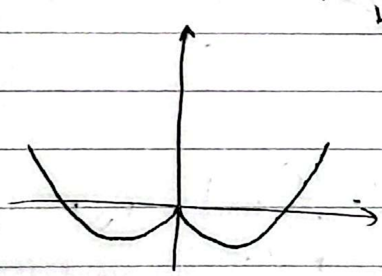
x		-2		0	
y'	+		−		+
y	↗		↘		↗

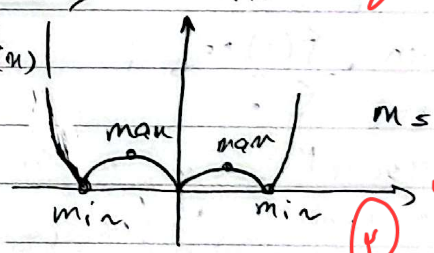
عرض از مبدا
$y' = \square(x^2 + 2x) + \bigcirc = 3x^2 + 2ax - 2b \Rightarrow \square = 3 \Rightarrow a = 3$
ندارد
اهمه ضریب

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 = (0,-4), (-2,0)$, $b = 0$

$\longrightarrow$ اکسترمم نسبی $\Rightarrow$ فاصله $= 2\sqrt{5}$ ✓ ②

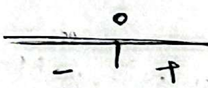
⑤ $f(x) = x^2 - 5|x|$ $\Rightarrow |f(x)|$

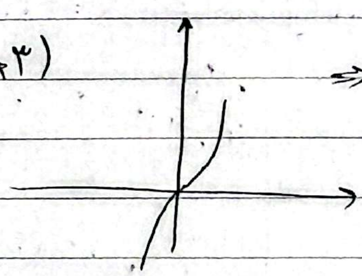


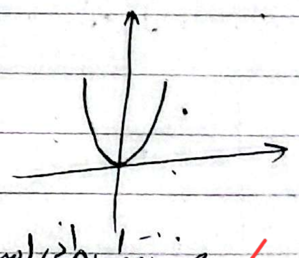


$m = 2$, $n = 3$ ✓ $\dfrac{n}{m} = \dfrac{3}{2}$ ②

⑥ $f(x) = x(|x| + 3)$ $\Rightarrow |f(x)|$







$\begin{cases} x^2 + 3x \ ; \ x \geq 0 \\ x^2 - 3x \ ; \ x < 0 \end{cases}$

صفر نقطه بحرانی است ✓ ②

Page : ( )

SUBJECT Year: Month: Day:

(۷)

$f(x) = \sqrt[3]{x^2}\,|x-a| \xrightarrow{x<a} f(x) = \sqrt[3]{x^2(a-x)} \Rightarrow f'(x) = \left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(a-x)\right) - \sqrt[3]{x^2}$

$\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(a-x)\right) - \sqrt[3]{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(a-x) = \sqrt[3]{x^2} \Rightarrow 2a - 2x = 3x \Rightarrow x = \frac{2a}{5}$

$\Rightarrow f\left(\frac{2a}{5}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25} \times \frac{3a}{5}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^5}{5^5}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4a^5}{5^5} = \frac{1}{8}$ ۲

$\Rightarrow 32a^5 = 5^5 \Rightarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$ ✓

(۸)

$f(x) = \sqrt{x|x| - x} \xrightarrow[\text{دامنه و قدرمطلق}]{\text{طبق تعریف}} f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x} & ; x > 1 \\ \sqrt{-x^2 - x} & ; -1 < x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & ; x > 1 \\ \frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & ; -1 < x < 0 \end{cases}$

عدم وجود در دامنه f'

(۱) $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ و (۲) $2\sqrt{x^2 - x} = 0 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0, 1$

(۳) $f'(x) = 0 \Rightarrow -2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ و (۴) $= 0 \Rightarrow -x^2 - x = 0 \Rightarrow x = -1, 0$

$\Rightarrow K = \{-1, -\frac{1}{2}, 0, 1\} \Rightarrow K = 4$ عدد — تعداد نقاط اکسترمم →

x		-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	
$f'(x)$	X	+	−	X	+	
$f(x)$	X	↗	↘	X	↗	

$\Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 1$ عدد و $n = 0$ عدد ✓ ۲

$\Rightarrow \frac{Km + n}{K - n} = \frac{4(1) + 0}{4 - 0} = 1$

(۹)

$y = \frac{mx + 2}{x - 1 + m} \Rightarrow y' = \frac{m^2 - m - 2}{(x + (m-1))^2} \leq 0$ همواره + (۱) $\Rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0$

	-1		2	
+	0	−	0	+

۲

(۲) $1 - m \leq 1 \Rightarrow m \geq 0 \Rightarrow$ (۱), (۲) $\Rightarrow m \in [0, 2], m \neq 2 \Rightarrow m = 0, 1$ ✓ $m = [-1, 2]$

صورت صفر نبود پس ریشه ندارد

(۱۰)

$f(x) = \frac{x}{1 - x|x|} = \begin{cases} \frac{x}{1 - x^2} & ; x \geq 0 \\ \frac{x}{1 + x^2} & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) \begin{cases} \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} & ; x \geq 0 \\ \frac{1 - x^2}{(x^2+1)^2} & ; x < 0 \Rightarrow 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$ ۲

$x = -1$ دامنه

(۱) نقطه بحرانی ✓

Senobar