ارشیا سلطانی، دوازدهم ریاضی A ۱۵/۷۵

تکلیف ۲۶

① $k=$ تعداد نقاط بحرانی $= ۳\,(۱,۰,-۱)$ و $\frac{۱}{۲}$ $K=۴$

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x(1-x)} & ۱\geq x\geq ۰\\ \sqrt{x(1+x)} & x\leq -۱\end{cases}$$

$m=۱$ (یک مینیمم نسبی دارد) $x=\frac{۱}{۲}$

$n=۰$ (ماکسیمم نسبی ندارد)

$k+m+n=\cancel{۴}\ ۵$

۱/۷۵

② ۱

$$f'(x)=\frac{1}{۲\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-۲x}} \rightarrow \frac{\sqrt{a-۲x}-۲\sqrt{x}}{۲\sqrt{x(a-۲x)}}=۰ \rightarrow a-۲x=۴x \rightarrow a=۶x$$

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-۲x} \rightarrow x\leq \frac{a}{۲}$, $x\geq ۰$

(جواب پایین صفحه)

$$\rightarrow f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{۴x}=۳\sqrt{x}$$

$D_f=[۰,\frac{a}{۲}]$

③ ۰/۵

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^۲(x^۲-۴)}{x^۲-۱} & -۲\leq x\leq ۲\\ \dfrac{x^۲(x^۲-۴)}{x^۲-۱} & x\leq -۲,\ x\geq ۲\end{cases} \rightarrow f'(x)=\begin{cases}-\dfrac{۲x^۵+۴x^۳-۸x^۲+۸x}{(x^۲-۱)^۲} & -۲\leq x\leq ۲\\ \dfrac{۲x^۵+۴x^۳-۸x^۲+۸x}{(x^۲-۱)^۲} & x\leq -۲,\ x\geq ۲\end{cases}$$

(جواب پایین صفحه)

④

$$\rightarrow y'=۳ax^۲+۲bx+c \quad / \quad y=ax^۳+bx^۲+cx+d \xrightarrow{(۰,۰)} d=۰$$

$y' \xrightarrow{(۰,۰)} c=۰ *$

$y' \xrightarrow{(۱,۰)} ۳a+۲b=۰$

$y \xrightarrow{(۱,۱)} a+b+c=۱$

$\xrightarrow{*} a+b=۱ \rightarrow ۳a+۳b=۳$

$۳a+۲b=۰$

$\boxed{b=۳,\ a=-۲}$

$ab=-۶$ ✓

۲

⑤

$$\xrightarrow{x\in[-۱/۵,\sqrt{۳}]} f(x)=x^۳-۳x \rightarrow f'(x)=۳x^۲-۳ \rightarrow$$

	-۱		۱	
+		−		+

-۲

$(۱,-۲)=$ min مطلق ✓

۲

۶

$y=x^2|x|+3ax^2+b \xrightarrow{(-1,1)} 1=1+3a+b \to \boxed{3a+b=0}$

$y'=-3x^2+6ax \xrightarrow{(-1,0)} -3-6a = 6a+3=0 \to \boxed{a=-\frac{1}{2}}\ \boxed{b=\frac{3}{2}}$

$\frac{b}{a}=-3$

۲

۷

$y'=3x+1 \to x=-\frac{1}{3} \quad y=\frac{2}{3} \quad T\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

$\frac{a}{a+1}=\frac{2}{3} \to 3a=2a+2 \to \boxed{a=2}$

$\to y=\frac{2x+3}{3x+1} \xrightarrow{y=0} 2x+3=0 \to x=\frac{-3}{2}$

$y=\frac{x+2}{2x+1} \xrightarrow{y=0} \boxed{x=-2}$

۱٫۵

۸

$\lim_{x\to\infty}\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1}=3 \to \boxed{b=12}$

$-\frac{1}{2} = $ ریشه مخرج $\to 1-\frac{a}{2}+1=0$

$\boxed{a=4}$

$\frac{b}{a}=3$

۲

۹

$0<x<\sqrt[3]{32},\ x\neq 2$

$\to f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2}=\frac{4x^6-32x^3-3x^6}{(x^3-8)^2}=\frac{x^6-32x^3}{(x^3-8)^2}$

$=\frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}$

0		$\sqrt[3]{32}$	
$+$	0 $-$	0	$+$

$\sqrt[3]{32}$

$(0,2) \to$ طول بازه $=2$

$(2,\sqrt[3]{32}) \to$ طول بازه $=2(\sqrt[3]{4}-1)<2 \to$ min طول بازه $=2(\sqrt[3]{4}-1)$

۱٫۵

۱۰

$\sqrt{3+\sqrt{6}},\ \sqrt{3-\sqrt{6}}$

$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=\frac{2x^5-12x^3+6x}{(x^2-3)^2}=\frac{2x(x^4-6x^2+3)}{(x^2-3)^2}$, $x\neq\pm\sqrt{3}$

0	$\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$\sqrt{3+\sqrt{6}}$	
$-$ 0	$+$ 0	$-$ 0	$+$

$(-\infty,0]\cup\left[\sqrt{3-\sqrt{6}},\sqrt{3+\sqrt{6}}\right]-\{-\sqrt{3}\}$

x	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$	0	$\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$\sqrt{3}$	
y'	$-$ ت.ن	$-$ 0	$+$ 0	$-$ 0	$+$ ت.ن	$+$

$\to$ در ۳ بازه اکیداً نزولی

۱٫۵

سوال ۲

$$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \rightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ a-2x\geq 0 \end{cases} \rightarrow x\leq \frac{a}{2} \xrightarrow{\cap} 0\leq x\leq \frac{a}{2}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}} \xrightarrow{y'=0} \frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=0 \rightarrow x=\frac{a}{6}$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow y=f(0)=\sqrt{a} \\ x=\frac{a}{2} \rightarrow y=f\left(\frac{a}{2}\right)=\sqrt{\frac{a}{2}} \rightarrow \min \\ x=\frac{a}{6} \rightarrow y=f\left(\frac{a}{6}\right)=3\sqrt{\frac{a}{6}} \rightarrow \max \end{cases}$$

$$\min \times \max=\sqrt{12} \rightarrow 3\sqrt{\frac{a^2}{12}}=\sqrt{12} \xrightarrow{a>0} \frac{3a}{\sqrt{12}}=\sqrt{12}$$

$$3a=12 \rightarrow a=4 \rightarrow [a]=4$$

سوال ۳

$$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|=\pm\frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1}=\pm\frac{x^4-4x^2}{x^2-1}$$

$$\rightarrow f'(x)=\pm\frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-(x^4-4x^2)2x}{(x^2-1)^2}=0 \rightarrow \pm(2x^5-4x^3+8x)=0$$

$$\rightarrow \pm 2x(x^4-2x^2+4)=0 \rightarrow \begin{cases} \pm 2x=0 \rightarrow x=0 \\ x^4-2x^2+4=0 \rightarrow \times \text{ ریشه} \end{cases}$$

ریشه های داخل قدرمطلق $\leftarrow \pm 2 \leftarrow$ ext — تعداد نقاط اکسترمم $=3$