۱۸٫۷۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ کلاس .....

۱

$f(x)\begin{cases}\sqrt{x(1-x)} & 0\le x\le 1\\ \sqrt{x(1+x)} & x\le -1\end{cases} \Rightarrow f'(x)\begin{cases}\frac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}} & \\ \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} & \end{cases}$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$ ✓

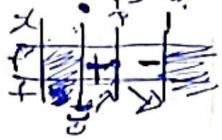
f' ناموجود $\Rightarrow -(x^2-x)=0 \Rightarrow x=0$ یا 1 ✓

$f'(x)=0 \Rightarrow$ داخل رادیکال صفر $\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

f' ناموجود $\Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow x=$ ... ✓

$K=\{0,\frac{1}{2},1\}=3$ ۴

منفی‌ترین x $\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$



$m=\{\frac{1}{2}\}=1$

$n=0$

$m+n+K=$ ۲ ۵

۱٫۷۵

۲

$D_f \begin{cases} x\ge 0 \\ x\le \frac{a}{2}\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2\sqrt{a-2x}}=0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{a-2x}}$

$a-2x=4x \Rightarrow a=6x \Rightarrow x=\frac{a}{6} \Rightarrow$ max در $\frac{a}{3} \Rightarrow f(\frac{a}{3})=\sqrt{\frac{a}{3}}$

min در $\frac{a}{6} \Rightarrow f(\frac{a}{6})=\sqrt[3]{\frac{a}{6}}$

$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{a}{6}}\times\sqrt{\frac{a}{3}}=\sqrt{12} \Rightarrow a=6$ ✓

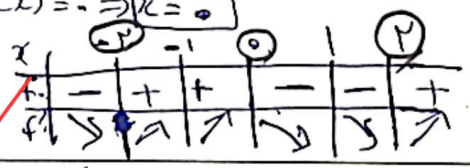
۲

۳

$f(x)\Rightarrow \begin{cases}(x-\frac{1}{2})^{-1}(x^2-4)=\frac{2x^2-8}{2x-1} & |x|\ge 2\\ (x-\frac{1}{2})^{-1}(-x^2+4)=\frac{8x^2-x^4}{2x-1} & |x|<2\end{cases} \Rightarrow f'(x)\begin{cases}\frac{(4x^3-8x)(2x-1)-2(2x^4-8x^2)}{(2x-1)^2} & \\ \frac{(8x-4x^3)(2x-1)-2(8x^2-x^4)}{(2x-1)^2} & \end{cases}$

$\Rightarrow f'(x)\begin{cases}\frac{2x(2x^4-12x^2+16)}{(2x-1)^2} & |x|\ge 2\\ \frac{2x(-2x^4+12x^2-16)}{(2x-1)^2} & |x|<2\end{cases}$ $\Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x=0$

بیشتر قدرمطلق → بی‌نهایت صفر → بی‌نهایت



۳ اکسترمم نسبی ✓

۲

۴

$f(0)=0 \Rightarrow d=0 \Rightarrow f(1)=a+b+c=1$, $f'(0)=f'(1)=0 \Rightarrow c=0 \Rightarrow f(x)=ax^3+bx^2$

$\Rightarrow 3ax^2+2bx=A(x^2-x) \Rightarrow A=3a \Rightarrow 3ax^2-3ax \Rightarrow 2b=-3a \Rightarrow a=-\frac{2}{3}b$

$\Rightarrow a+b=1 \Rightarrow -\frac{2}{3}b+b=\frac{1}{3}b=1 \Rightarrow b=3, a=-2 \Rightarrow ab=-6$ ✓

۲

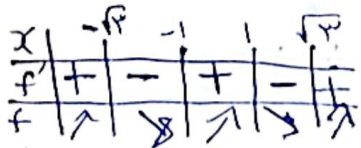
۵

$f(x)\begin{cases}x^3-3x & |x|\ge\sqrt{3}\\ -2x^2+3x & |x|<\sqrt{3}\end{cases} \rightarrow f'(x)\begin{cases}3x^2-3 & |x|\ge\sqrt{3}\\ -4x+3 & |x|<\sqrt{3}\end{cases}$

$\rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1$ ✗

$\rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1$ ✓

$x=\pm\sqrt{3}$ → بی‌نهایت → بیشتر قدرمطلق



طبق جدول تغییرات در بازه‌ی اطراف نقطه

$x=-1$ است ← $\text{Min}\left|\frac{-1}{-2}\right.$

۲

۶

$f(x) = -x^3 + ax^2 + b \xrightarrow{(-1,1)} f(-1) = 1 \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow 2a = -b$

$\Rightarrow f(x) = -x^3 - bx^2 + b \Rightarrow f'(x) = -3x^2 - 2bx \Rightarrow f'(-1) = 0$

$\Rightarrow 3 + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$ $\quad a = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$ ✓ (۲)

۷

$f(x) = 2x + 1 \ni \min = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{a}{a+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a = 2a + 2$

$a = 1$

$\Rightarrow y = \frac{2x+3}{2x+1} = 0 \Rightarrow 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ (۲)

۸

$f'(x) = \frac{4x^3(x^3-1) - x^4(3x^2)}{(x^3-1)^2} = \frac{x^6 - 4x^3}{(x^3-1)^2} \leq 0 \Rightarrow x^6 \leq 4x^3 \leq 0$

$x \leq \sqrt[3]{4} \Rightarrow x = 2$ تنها عضو صحیح مجموعه $\Rightarrow [0, 2) \cup (2, \sqrt[3]{32})$ اکیداً نزولی

$\sqrt[3]{32} - 2 = 2\sqrt[3]{4} - 2 = 2(\sqrt[3]{4} - 1) < 2$ (کوچکتر از ۱)

$\Rightarrow 2(\sqrt[3]{4} - 1)$ بیشترین طول بازه ✓ (۴)

۹

f از مبدأ $\Rightarrow 4y = x^3 \Rightarrow \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b = 12$

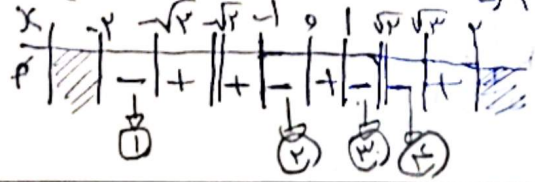
f مماس $\Rightarrow$ ریشه مضاعف $\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4x^2 + ax + 1 = A(x + \frac{1}{2})^2 \Rightarrow A = 4$ (۲)

$\Rightarrow 4(x^2 + x + \frac{1}{4}) = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \frac{b}{a} = 3$

۱۰

$f(x) < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^4 - 3}{2x^2 - 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3(x^2-1) - 2x(x^4-3)}{(2x^2-2)^2} < 0$

$\Rightarrow (4x^3)(x^2-1) - 2x(x^4-3) < 0 \Rightarrow 2x(x^4 - 2x^2 + 3) \leq 0 \Rightarrow x(x^2-1)(x^2-3) \leq 0$



۴ تا بازه (۱)

$f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^3 + 6x = 0 \Rightarrow 6x(2x^2 + 3) = 0 \Rightarrow \{x = 0$

$\Rightarrow 2x^4 + 6x^2 + 3 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 + 6t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{2} = -3 \pm \sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3 - \sqrt{6}} \\ x = \pm\sqrt{3 + \sqrt{6}} \end{cases}$ همگی

x	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$	0	$\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$\sqrt{3}$
y'	$-$	0 $-$	0 $+$	0 $-$	0 $+$

$\Rightarrow$ در ۳ بازه اکیداً نزولی