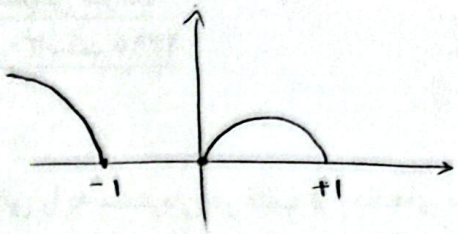
۱- $f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$ ریشه‌ی فرد $\to \sqrt{x-x^2}$

$\hookrightarrow x<0 \to \sqrt{x+x^2}$



نبی $\min=0$

نبی $\max=1 \Rightarrow f_{+1}+0=\boxed{a}$

$\Rightarrow$ تابع $=4$

۲- $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-4x} \to x\geq 0$, $x\leq a/4 \Rightarrow D_f=[0,a/4]$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{a-4x}}=0 \Rightarrow 4x=a-4x \to x=a/8$

$\Rightarrow f(0)=\sqrt{a}$.

$\Rightarrow f(a/8)=2\sqrt{a/8}+\sqrt{a/2}=3\sqrt{a/2} \Rightarrow y_{min}=\sqrt{a/4}$

$\Rightarrow f(a/2)=\sqrt{a/4}$ $\quad y_{max}=3\sqrt{a/8}$

$\Rightarrow 3\sqrt{\frac{a}{8}}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{12} \to a=8 \to [\varepsilon]=\boxed{4}$

۳- $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$

± 1 ریشه‌های مخرج، مطلق، انشعاب

نبی هستند، $x=0$ هم ریشه‌ی زوج تابع و انشعاب آن است $\Rightarrow$

۳ انشعاب داریم

۴- در نقاط A و B، $y'=0$ و این نقاط رو تابع هستند $\Rightarrow$

$y(0)=d=0 \to d=0$

$y'(0)=3ax^2+2bx+c=0 \to c=0$

$y(1)=a+b=1$

$y'(1)=3a+2b=0$ $\Rightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ 3a+2b=0 \end{cases}$

$\Rightarrow a=-2, b=3$

$\boxed{ab=-6}$

۵- $f(x)=x|3-x^2|$

$\hookrightarrow x=\sqrt{3}, -\sqrt{3}$

$\to f(x)=x(3-x^2)=3x-x^3 \xrightarrow{f'=0} f'(x)=3-3x^2=0$

$x^2=1 \to x=\pm 1$

$f(-1.8)=-1.8|3-3.24|=-0.9$

$f(-1)=-1\times|3-1|=-2$ ← مطلق min

$f(1)=|3-1|=2$

$f(\sqrt{3})=\sqrt{3}\times|3-3|=0$

۶- $A(-1,1) \to y=-x^3+3ax^2+b$

نبی $ex \Rightarrow y'=0, y=1$

$\Rightarrow 1+3a+b=1 \to b=-3a$

$\Rightarrow y'=-3x^2+6ax \xrightarrow{x=-1} -3-6a=0 \to 2(\underbrace{-3a}_{b})=3$

$\Rightarrow b=3/4, a=-1/4 \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{3}{4}\times -4=\boxed{-3}$

۷- $\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2(3/4)}=-1/3$

$-\frac{a-1}{a+1}=-1/3 \to 3a-3=a+1 \to a=2$

$y=\frac{2x+3}{3x+1}=0 \to \boxed{x=-3/2}$

۸- $y=3$ ← مجانب افقی $\quad x=-1/4$ ← مجانب قائم

$\lim_{x\to\infty}\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} \to \frac{b}{4}=3 \to b=12$

$x=-1/4 \to$ ریشه‌ی مخرج $\Rightarrow 4(\frac{1}{16})+a(-1/4)+1=0$

$\Rightarrow a=6$

$\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{12}{4}=\boxed{3}$

۹-

$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

$f'(x) = \frac{(4x^3)(x^3-8) - (3x^2)(x^4)}{(x^3-8)^2}$

$= \frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2} \to x^3 = 0 \to x = 0$

$x^3 - 32 = 0 \to x^3 = 32 \to x = \sqrt[3]{32}$, $x^3 - 8 = 0 \to x = 2$

x		0		2		$\sqrt[3]{32}$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗		↘		↘		↗

$\Rightarrow$ تابع در بازه $(2, 0)$ به طول $2-0=2$ و در بازه $(\sqrt[3]{32}, 2)$ به طول $(1-\sqrt[3]{32})2$ اکیدا نزولی است

$\Rightarrow$ منیمم طول این بازه‌ها $2(1-\sqrt[3]{32})$

۱۰-

$D_f = \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{2}\}$

$f'(x) = \frac{(4x^3)(x^2-2) - (2x)(x^4-3)}{(x^2-2)^2}$

$= \frac{2x(x^2-1)(x^2-6)}{(x^2-2)^2}$

$2x = 0 \to x = 0$ $\quad x^2 - 3 = 0 \to x = \pm\sqrt{3}$

$x^2 - 1 = 0 \to x = \pm 1$ $\quad x^2 - 2 = 0 \to x = \pm\sqrt{2}$

x		-2		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		2	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\nexists$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$
$f(x)$	↘		↗		↗		↘		↗		↘		↘		↗		↘		↗

$\Rightarrow$ تابع در ۴ بازه اکیدا نزولی است.