۱۰

نام و نام خانوادگی ...کوروش شیرانی فر... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۶... کلاس ...دوازدهم A...

۱

$x(1-|x|)\geq 0 \longrightarrow \underline{\ -1\quad 0\quad 1\ }$ $+\ |\ -\ |\ +\ |\ -$ $\longrightarrow D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$

$f'(x)=\frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}}\longrightarrow 1-2|x|=0\longrightarrow x=\begin{cases}\frac{1}{2} & ✓\\ -\frac{1}{2} & ✗\end{cases}$

x		$\frac{1}{2}$	
y'	$+$		$-$
y	$\nearrow$	max	$\searrow$

$\longrightarrow \begin{matrix} n=0\\ m=1\end{matrix}$

نقاط صفر و ±۱ ← بحرانی ← $K=4$

$m+n+K=5$

۰

۲

$\begin{cases}x\geq 0\\ a-2x\geq 0\end{cases}\xrightarrow[\cap]{\text{دامنه}}\left[0,\frac{a}{2}\right]$

$A\,\Big|\begin{matrix}0\\ \sqrt{a}\end{matrix}$ ، $B\,\Big|\begin{matrix}\frac{a}{2}\\ \sqrt{\frac{a}{2}}\end{matrix}$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}=0\rightarrow\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{a-2x}}$

$\longrightarrow 4x=a-2x\rightarrow x=\frac{a}{6}\Longrightarrow C\,\Big|\begin{matrix}\frac{a}{6}\\ ?\end{matrix}\rightarrow y_C=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{2a}{3}}=\sqrt{\frac{3a}{2}}$

$\rightarrow y_{max}\times y_{min}=\sqrt{12}\Longrightarrow\sqrt{\frac{3a}{2}}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{12}\rightarrow a=4\rightarrow [a]=4$ ✓

۲

۳

$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|=\pm\frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1}=\pm\frac{x^4-4x^2}{x^2-1}$

$\rightarrow f'(x)=\pm\frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-(x^4-4x^2)2x}{(x^2-1)^2}=0\longrightarrow\pm(2x^5-4x^3+8x)=0$

$\longrightarrow\pm 2x(x^4-2x^2+4)=0\longrightarrow\begin{cases}\pm 2x=0\rightarrow x=0\\ x^4-2x^2+4=0\rightarrow ✗\end{cases}$ ریشه

ریشه های داخل قدرمطلق ← ±۲ ← ext ســـ تعداد نقاط اکسترمم = ۳

۰

۴

$y=ax^3+bx^2+cx+d\xrightarrow{(0,0)}d=0$

$\xrightarrow{(1,1)}a+b=1$

$y'=3ax^2+2bx+c\xrightarrow{(0,0)}c=0$

$\xrightarrow{(1,1)}3a+2b+0=0\rightarrow 3a+2b=0$

$\ominus\begin{cases}3a+2b=0\\ a+b=1\xrightarrow{\times 2}2a+2b=2\end{cases}$

$a=-2\rightarrow b=3$

$ab=-6$

۲

۵

$A\,\Big|\begin{matrix}-1/5\\ -\frac{9}{8}\end{matrix}$ $\quad B\,\Big|\begin{matrix}\sqrt{3}\\ 0\end{matrix}$ در f

تابع در دامنه داده شده پیوسته است پس نقاط سر و ته بازه را بررسی می کنیم

در دامنه داده شده داخل قدرمطلق ⊕ است

$\rightarrow y=-x^3+3x\rightarrow y'=-3x^2+3=0\rightarrow\begin{cases}C\,\Big|\begin{matrix}1\\ 2\end{matrix}\ \text{در } f\\ D\,\Big|\begin{matrix}-1\\ -2\end{matrix}\ \text{در } f\end{cases}\Longrightarrow y_{min}=-2$ مطلق ✓

۲

$f(-۱)=۱ \rightarrow ۱+۳a+b=۱ \rightarrow ۳a+b=۰ \quad (I)$

$\begin{cases} f'(-۱)=۰ \\ x=-۱<۰ \rightarrow f(x)=-x^۳+۳ax^۲+b \rightarrow f'(x)=-۳x^۲+۶ax \end{cases}$

$\begin{cases} x^۳+۳ax^۲+b & x\geq ۰ \\ -x^۳+۲ax^۲+b & x<۰ \end{cases}$

$\rightarrow f'(-۱)=-۳-۶a=۰ \longrightarrow \boxed{a=-\frac{۱}{۲}} \xrightarrow{(I)} \boxed{b=\frac{۳}{۲}}$

$\frac{b}{a}=\frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{۱}{۲}}=-۳$

$-x^۳+۲ax^۲+b \quad x<۰ \longrightarrow y'=-۳x^۲+۴ax=۰ \xrightarrow{(-۱,۱)} -۳-۴a=۰ \rightarrow a=\frac{-۳}{۴}$

$-x^۳+۲ax^۲+b \xrightarrow[a=-\frac{۳}{۴}]{(-۱,۱)} -x^۳-\frac{۳}{۲}x^۲+b \rightarrow ۱-\frac{۳}{۲}+b=۱ \rightarrow b=\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{-۳}{۴}}=\boxed{-۲}$

۶ (۱)

$y=\frac{۳}{۲}x^۲+x+\frac{۵}{۶} \rightarrow y'=۳x+۱=۰ \rightarrow x_{min}=-\frac{۱}{۳} \xrightarrow{f\text{ در}} y_{min}=\frac{۲}{۳}$

$y=\frac{ax+۳}{(a+۱)x+(a-۱)}$ مجانب افقی $=\frac{a}{a+۱}$ مجانب قائم $=\frac{-d}{c}=\frac{-a+۱}{a+۱}$

$\frac{a}{a+۱}=\frac{۲}{۳} \rightarrow a=۲ \longrightarrow y=\frac{۲x+۳}{۳x+۱} \rightarrow \frac{۲x+۳}{۳x+۱}=۰ \rightarrow ۲x+۳=۰ \rightarrow x=\frac{-۳}{۲}$

(۲) ۷

مجانب افقی $=\frac{b}{۴}$ مجانب قائم $=-(ax+۱)$

$\rightarrow \frac{-ax-۱}{۴}=\frac{-۱}{۲} \rightarrow ax+۱=۲ \rightarrow ax=۱ \rightarrow a=-۲$

$A(-\frac{۱}{۲},۳) \rightarrow \frac{b}{۴}=۳ \rightarrow b=۱۲$

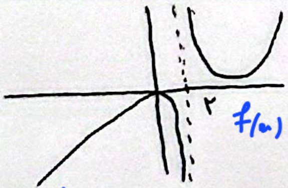
$\frac{b}{a}=\frac{۱۲}{-۲}=-۶$

$\frac{b}{a}=\frac{۱۲}{۴}=۳$

$۴(-\frac{۱}{۲})^۲+a(-\frac{۱}{۲})+۱=۰ \longrightarrow \frac{۱}{۲}a=۲ \longrightarrow a=۴$

(۱) ۸

$\frac{x^۴}{x^۳-۸}$



مینیمم طول بازه اکیداً نزولی آن (۲و۵] است

$f(x)=\frac{x^۴}{x^۳-۸} \rightarrow f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۳-۸)-۳x^۲(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲}=\frac{x^۶-۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲}<۰$

$\xrightarrow{x\neq ۲} x^۶-۳۲x^۳<۰ \rightarrow x^۳(x^۳-۳۲)<۰ \longrightarrow ۰<x<\sqrt[۳]{۳۲},\ x\neq ۲$

تابع در دو بازهٔ $(۰,۲)$ و $(۲,\sqrt[۳]{۳۲})$ ← اکیداً نزولی

$(۰,۲) \rightarrow$ طول بازه $=۲$

$(۲,\sqrt[۳]{۳۲}) \rightarrow$ طول بازه $=۲(\sqrt[۳]{۴}-۱)<۲ \longrightarrow$ طول بازه^{min} $=۲(\sqrt[۳]{۴}-۱)$

۹ (۰)

$f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۲-۳)-۲x(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲}=\frac{۲x((۲x^۴-۶x^۲)-(x^۴-۳))}{(x^۲-۳)^۲}$

$۲x^۵-۱۲x^۳+۶x=۰ \longrightarrow ۲x(x^۴-۶x^۲+۳)=۰ \longrightarrow \{x=۰$

$\longrightarrow x^۴-۶x^۲+۳=۰ \xrightarrow{x^۲=t} t^۲-۶t+۳=۰ \rightarrow t=\frac{۶\pm\sqrt{۲۴}}{۲}=۳\pm\sqrt{۶} \longrightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{۳-\sqrt{۶}} \\ x=\pm\sqrt{۳+\sqrt{۶}} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$

x		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		۰		$\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		$\sqrt{۳}$	
y'	−	ت	−	۰	+	۰	−	۰	+	ت	+

→ در ۳ بازه اکیداً نزولی

۱۰ (۰)