۱۷٫۲۵

نام و نام خانوادگی ... امیرعلی نوروزرحیمی ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره A ... کلاس ... ۲۷

۱	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-x^2} & x \geq 0 \\ \sqrt{x^2+x} & x<0 \end{cases}$ $\sqrt{x-x^2} \to D_f = [0,1]$, $f'(x) = \frac{-2x+1}{2\sqrt{x-x^2}} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ $D_f = (-\infty,-1]$, $f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} \Rightarrow f'(x)=0$, $x = \frac{-1}{2}$ غیرقق $K=4 \to (+1, -1, 0, \frac{1}{2})$ $k=2$ $(x=\frac{1}{2}, 1)$ $m=1$ ~~$m=\frac{1}{2}$~~ $(x=\frac{1}{2})$ $n=0$ $(x=1)$ $\Rightarrow k+m+n = \cancel{2/5}$ ۵ ۱
۲	$a-2x \geq 0 \Rightarrow \frac{a}{2} \geq x \Rightarrow D_f = [0, \frac{a}{2}]$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}$ $\Rightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{a-2x} \Rightarrow 4x = a-2x \Rightarrow x = \frac{a}{6}$ $x = \begin{cases} x=0 \to y=\sqrt{a} \\ x=\frac{a}{6} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{4a}}{2} \to \text{بزرگترین} \\ x=\frac{a}{2} \Rightarrow y=\sqrt{\frac{a}{2}} \to \text{کوچکترین} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{4a}{6} \times \frac{a}{2}} = \sqrt{12} \Rightarrow a^2=16$, $a=4$ ۲
۳	$f(x) = \frac{x^4-4x^2}{x^2-1} \Rightarrow f'(x) = (4x^3-8x)(x^2-1) - (x^4-4x^2)(2x) = 0$ ۱٫۷۵ $x=0$ $(x-1)(x+1) \to x \to 1, -1$ مشتق ندارد x را از هر دو طرف ساده کردم $\Rightarrow 4x^4 - 4x^2 - 8x^2 + 8 - 2x^4 + 8x^2$ $2x^4 - 4x^2 + 8 = 0$ $x^4 - 2x^2 + 4 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 4 \Rightarrow \Delta = 4-16 < 0$ $x^2 = t$ منفی است پس جواب ندارد ریشه های داخل قدرمطلق $\to \pm 2 \to ext$ ۳ نقطه اکسترمم دارد $\cancel{2}, \cancel{1}, 0$
۴	نقاط A, B باید روی نمودار باشند $A\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix} \Rightarrow 0 = d$, $B\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix} \Rightarrow 1 = a+b+c$ $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ $\begin{cases} x=0 \Rightarrow 0=c \\ x=1 \Rightarrow 0 = 3a+2b \end{cases}$ $2a+2b=2$ $3a+2b=0$ $a=-2$, $b=3$ $ab = -6$ ۲
۵	$f(x) = x\lvert 3-x^2 \rvert \Rightarrow f(x) = -x^3+3x \Rightarrow f'(x) = -3x^2+3 = 0$ در بازه این عبارت مثبت است $\Rightarrow$ نقاط اکسترمم $= 1, -1$ $x = \begin{cases} 1 \Rightarrow y=2 \\ -1 \Rightarrow y=-2 \\ \sqrt{3} \Rightarrow y=0 \\ -1/5 \Rightarrow y = -1/5(0/75) = -1/125 \end{cases}$ نقطه مینیمم $= -2$ ۲

$A\left|\begin{matrix}-1\\1\end{matrix}\right. \Rightarrow 1 = 1 + 3a + b \Rightarrow 3a+b=0$

$y = -x^3 + 3ax^2 + b \Rightarrow y' = -3x^2 + 6ax \xRightarrow{x=-1} 0 = -3 - 6a$

$a = \frac{-1}{2} , b = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = -3$ ۲ ۶

$y = \frac{3x^2}{2} + x + \frac{5}{4} \Rightarrow x_{min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{3}$

$x = \frac{-1}{3} \Rightarrow \frac{-(a+1)}{3} + a - 1 = 0 \Rightarrow \frac{-a-1+3a-3}{3} = 0 \Rightarrow 2a - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{a=2}$ ۲ ۷

$y = \frac{2x+3}{3x+1} \Rightarrow 2x+3 = 0 \Rightarrow x = -1.5$

$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} , A\left|\begin{matrix}-\frac{1}{2}\\3\end{matrix}\right. \Rightarrow \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow \boxed{b=12}$ ۲

$x = \frac{-1}{2} \Rightarrow 4\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{-1}{2}a + 1 = 0 \Rightarrow -2 = \frac{-a}{2} \Rightarrow \boxed{a=4}$ ۸

$\frac{b}{a} = 3$

$f'(x) = \frac{4x^3(x^3-8) - x^4(3x^2)}{(x^3-8)^2} \longrightarrow 4x^6 - 32x^3 - 3x^6$ ۱/۵

$0 < x < \sqrt[3]{32} , x \neq 2$ $\hookrightarrow x^6 - 32x^3 = x^3(x^3 - 32)$

x		0		$\sqrt[3]{32}$	
y'	$+$		$-$		$+$

طول بازه $= \sqrt[3]{32}$ ۹

$(0,2) \rightarrow$ طول بازه $= 2$ $(2, \sqrt[3]{32}) \rightarrow$ طول بازه $= 2(\sqrt[3]{4} - 1) < 2 \rightarrow$ طول بازه $_{min} = 2(\sqrt[3]{4} - 1)$

$f(x) = \frac{x^4-3}{x^2-3} , x \in (-2,2) \Rightarrow f'(x) = \frac{(4x^3)(x^2-3) - (x^4-3)(2x)}{(x^2-3)^2}$ ۱

$= \frac{2x^5 - 12x^3 + 6x}{(x^2-3)^2} \rightarrow 2x(x^4 - 6x^2 + 3) = 0$ ۱۰

$x = 0 , x^2 = t \quad t^2 - 6t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2} \Rightarrow t = 3 \pm \sqrt{6}$

x		0		$3-\sqrt{6}$		$3+\sqrt{6}$	
y'	$-$		$+$		$-$		$+$

۲ بازه

سوال ۱۰

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-3) - 2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x\left((2x^4-6x^2)-(x^4-3)\right)}{(x^2-3)^2}$$

$$2x^5 - 12x^3 + 6x = 0 \longrightarrow 2x(x^4 - 6x^2 + 3) = 0 \longrightarrow \{x = 0$$

$$\longrightarrow x^4 - 6x^2 + 3 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 - 6t + 3 = 0 \longrightarrow t = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{2} = 3 \pm \sqrt{6} \longrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3-\sqrt{6}} \\ x = \pm\sqrt{3+\sqrt{6}} \end{cases}$$ غ ق ق

x	$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$	
y' —	ت ن	—	0	+	0	—	0	+	ت ن	+

$\longrightarrow$ در ۳ بازه اکیداً نزولی