نام و نام خانوادگی ... امیرعلی نوروزی ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره A ... کلاس سمرک ۲۲

۱

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-x^2} & x\geq 0 \\ \sqrt{x^2+x} & x<0\end{cases}$$

$x\geq 0 \to D_f=[0,1]$, $f'(x)=\frac{-2x+1}{2\sqrt{x-x^2}} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$x<0 \to D_f=(-\infty,-1]$, $f'(x)=\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x=\frac{-1}{2}$ ← غ ق ق

$k=2\ (x=\frac{1}{2},1)$, $m=\frac{1}{2}\ (x=\frac{1}{2})$, $n=0\ (x=1)$ $\Rightarrow k+m+n=2/5$

۲

$a-2x\geq 0 \Rightarrow \frac{a}{2}\geq x \Rightarrow D_f=[0,\frac{a}{2}]$, $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}$

$\Rightarrow 2\sqrt{x}=\sqrt{a-2x} \Rightarrow 4x=a-2x \Rightarrow x=\frac{a}{6}$

$x=\begin{cases}x=0 \to y=\sqrt{a} \\ x=\frac{a}{6} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{4a}}{2} \to \text{بزرگترین} \\ x=\frac{a}{2} \Rightarrow y=\sqrt{\frac{a}{2}} \to \text{کوچکترین}\end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{4a}{6}}\times\frac{a}{2}=\sqrt{12} \Rightarrow a^2=144 \Rightarrow a=12$

۳

$f(x)=\frac{x^4-6x^2}{x^2-1}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{(4x^3-12x)(x^2-1)-(x^4-6x^2)(2x)}{(x^2-1)^2}=0$

$(x-1)(x+1) \to x\to 1,-1$ محدودیت ندارد.

$x=0$ ← هر دو طرف را در x ضرب کردیم

$\Rightarrow 4x^4-12x^2-8x^2+8-2x^4+12x^2=0$

$2x^4-4x^2+8=0$

$x^4-2x^2+4=0 \to t^2-2t+4 \Rightarrow \Delta=4-16<0$ ← پس جواب ندارد

۳ نقطه اکسترمم دارد ← ۱، ۰، ۱-

۴

نقاط A , B در رابطه صدق می‌کنند ←

$A|_{x=0}: 0=d$, $B|_{x=1}: 1=a+b+c$

$y'=3ax^2+2bx+c$ $\begin{cases}x=0 \Rightarrow 0=c \\ x=1 \Rightarrow 0=3a+2b\end{cases}$

$3a+2b=2$

$3a+2b=0$

$a=-2,\ b=3$

$ab=-6$

۵

$f(x)=x|3-x^2| \to f(x)=-x^3+3x \Rightarrow f'(x)=-3x^2+3=0$

$\Rightarrow$ نقاط اکسترمم $=1,-1$

$x=\begin{cases}1 \Rightarrow y=2 \\ -1 \Rightarrow y=-2 \\ \sqrt{3} \Rightarrow y=0 \\ -1/15 \Rightarrow y=-1/15(0/75)=-1/125\end{cases}$ ← نقطه سوم $=-2$

بنابراین این عبارت مثبت است.

۶

$A\left|\begin{matrix}-1\\1\end{matrix}\right. \Rightarrow 1 = 1 + 2a + b \Rightarrow 2a+b=0$

$y = -x^2 + 2ax + b \Rightarrow y' = -2x + 2a \Rightarrow x=-1 \Rightarrow 0 = -2 - 2a$

$a = \frac{-1}{2}, b = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \boxed{-2}$

۷

$y = \frac{2x^2}{2} + x + \frac{5}{4} \Rightarrow x_{min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2}$

$x = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{-(a+1)}{2} + a - 1 = 0 \Rightarrow \frac{-a-1+2a-2}{2} = 0 \Rightarrow 2a - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 2}$

$y = \frac{2x+2}{2x+1} \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

۸

$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1}, A\left|\begin{matrix}-1\\2\\4\end{matrix}\right. \Rightarrow \frac{b}{4} = 2 \Rightarrow \boxed{b=8}$

$\hookrightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow 4\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{-1}{2}a + 1 = 0 \Rightarrow -2 = \frac{-a}{2} \Rightarrow \boxed{a=4}$

$\frac{b}{a} = \boxed{2}$

۹

$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-1) - x^4(2x)}{(x^2-1)^2} \longrightarrow 4x^4 - 4x^2 - 2x^4$

$\hookrightarrow x_0^4 - 4x_0^2 = x^2(x^2-4)$

x		0		$\sqrt{4}$
y'	+	-	+	

طول بازه $= \sqrt[3]{4}$

۱۰

$f(x) = \frac{x^2-3}{x^2-4}, x \in (-2,2) \Rightarrow f'(x) = \frac{(4x^3)(x^2-4) - (x^4-4)(2x)}{(x^2-4)^2}$

$= \frac{2x^5 - 12x^3 + 4x}{(x^2-4)^2} \longrightarrow 2x(x^4 - 6x^2 + 2) = 0$

$\hookrightarrow x=0$, $x^2 = t$ $\quad t^2 - 6t + 2 = 0$

$\Rightarrow t = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2} \Rightarrow t = 3 \pm \sqrt{7}$ (بازه)

x		0		$\sqrt{4}$		$\sqrt{4}$
y'	-	+	-		+	