-۱ مبین ستهباری ۱۷

$f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ $D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$

$x = \max$ نسبی
$x = \min$ نسبی
$k =$ بحرانی

$x > 0$. $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$ $f'(x) = \dfrac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}}$

$x < 0$. $f(x) = \sqrt{x(1+x)}$ $f'(x) = \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

x	-1		$-\frac{1}{2}$		0
$2x+1$	$-$	$-$		$+$	$+$
$\sqrt{x^2+x}$	$+$	$-$		$-$	$+$
y'	$-$	$+$		$-$	

خارج از دامنه

$x = -1$ بحرانی $x = -\frac{1}{2}$ خارج از دامنه

$m = 1$
$n = 0$
$k = 4$

$k + m + n = \boxed{4 + 1 + 0 = 5}$

۲

-۲ ۱٫۵

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a - 2x}$ $D_f = 0 \leq x \leq a/2$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{-2}{2\sqrt{a-2x}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{1}{\sqrt{a-2x}} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{a-2x} - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(\sqrt{a-2x})} = 0$ $\sqrt{a-2x} = 2\sqrt{x}$ $a - 2x = 4x$ $\boxed{x = a/4}$

$x = 0 \rightarrow f(x) = \sqrt{a}$ $\min \times \max = \sqrt{12} \rightarrow 3\sqrt{\dfrac{a^2}{12}} = \sqrt{12} \xrightarrow{a>0} \dfrac{3a}{\sqrt{12}} = \sqrt{12} \rightarrow 3a = 12 \rightarrow a = 4 \rightarrow [a] = 4$

$x = a/2 \rightarrow f(x) = \sqrt{a/2}$ $3\sqrt{a/4} \times \sqrt{a} = \sqrt{12}$

$x = a/4 \rightarrow f(x) = \sqrt{a/4} + \sqrt{a - 2a/4} = 3\sqrt{a/4}$ $\cancel{\frac{9a}{4}} \times a = \cancel{12}$ $a^2 = 8$ $a = 2\sqrt{2}$ $\boxed{[a] = [2\sqrt{2}] = 2}$

$3\sqrt{a/4} \times \sqrt{a/2} = \sqrt{12}$ $\cancel{\frac{9a}{4}} \times a/2 = 12$ $a^2 = 16$ $a = 4$ $\boxed{[a] = 4}$

-۳ ۱٫۷۵

$f(x) = \dfrac{x^2|x^2-4|}{x^2-1}$ $D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

$f'(x) = 0 \rightarrow \dfrac{\left(2x|x^2-4| + \dfrac{(x^2-4)(2x)(x^2)}{|x^2-4|}\right)(x^2-1) - 2x(x^2|x^2-4|)}{(x^2-1)^2} = 0$

ریشه های داخل قدرمطلق $\leftarrow \pm 2 \leftarrow$ ext تعداد نقاط اکسترمم $= 3$

$(2x(x^2-4)^2 + (x^2-4)(2x)(x^2))(x^2-1) = 2x(x^2)(x^2-4)^2$ مقدار ۲ طرف را برابر کنید

$(x^2-4)((x^2-4) + x^2)(x^2-1) = x^2(x^2-4)^2$

$(2x^2-4)(x^2-1) = x^2(x^2-4)$ $\boxed{\begin{matrix} x = 0 \\ x = 2 \end{matrix}}$ ۲ نقطه

$2x^4 - 6x^2 + 4 = x^4 - 4x^2$ $x^4 - 2x^2 + 4 = 0$ $\Delta < 0$ ریشه ندارد

-۴

$y=ax^3+bx^2+cx+d \qquad y'=3ax^2+2bx+c$

$A(0,0) \qquad y_{(0)}=0 \quad d=0 \quad y'_0=0 \longrightarrow c=0$

$B(1,1) \qquad y_1=1 \rightarrow a+b=1 \quad y'_1=0 \quad 3a+2b=0 \qquad \left.\begin{matrix}3a+2b=0\\ a+b=1\end{matrix}\right\} \longrightarrow \begin{matrix}a=-2\\ b=3\end{matrix}$

$\boxed{ab=-6}$ ✓ ۲

-۵

$f(x)=x|3-x^2| \qquad f'(x)=|3-x^2|+\frac{(3-x^2)(x)(-2x)}{|3-x^2|}=\frac{(3-x^2)^2+(3-x^2)(-2x^2)}{|3-x^2|}=0$

$[-1.5, \sqrt{3}]$ $\qquad$ min مطلق $\leftarrow f'(x)=0$

$9-6x^2+x^4+(-6x^2+2x^4)=3x^4-12x^2+9 \quad 3(x^2-1)(x^2-3)=0$

$x=\pm1, \sqrt{3}$ $\qquad$ $x=\pm1$ ، $x=\pm\sqrt{3} \longrightarrow -\sqrt{3}$ غ ق ق

$\boxed{f(-1)=-1|3-(-1)^2|=-2} \qquad f(\sqrt{3})=\sqrt{3}|3-(\sqrt{3})^2|=0$

$f(1)=1|3-(1)^2|=2$ $\qquad$ $\boxed{\text{min مطلق} = x=-1}\ \boxed{f(-1)=-2}$ ✓ ۲

-۶

$f(x)=x^2|x|+3ax^2+b \qquad f'(x)=2x|x|+\frac{x(2x)}{|x|}+6ax=\frac{3x^3+6ax|x|}{|x|}=0$

$A(-1,1)$

$f(x)=x^2|x|-\frac{3}{2}x^2+b$ $\qquad 3(-1)^3+6a(-1)(1)=-3-6a=0$

$f'(-1)=0 \quad f(-1)=1 \longrightarrow (-1)^2|-1|-\frac{3}{2}(-1)^2+b=1 \qquad \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

$1-\frac{3}{2}+b=1 \qquad b=\frac{3}{2} \qquad \boxed{\frac{b}{a}=\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}}=-3}$ ✓ ۲

-۷

$y_2=\frac{3}{2}x^2+x+\frac{5}{6} \quad y'=3x+1 \quad y'=0 \quad 3x+1=0 \quad x=-\frac{1}{3}$

$y_1=\frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)}$

ق. مجانب $=\frac{-(a-1)}{(a+1)} \longrightarrow \frac{-(a-1)}{(a+1)}=-\frac{1}{3} \qquad 3a-3=a+1$

$2a=4 \quad \boxed{a=2}$

$y_1=\frac{2x+3}{3x+1} \qquad \frac{2x+3}{3x+1}=0 \qquad \boxed{x=-\frac{3}{2}}$ ✓ ۲

سوال ۸

$4(-\frac{1}{2})^2+a(-\frac{1}{2})+1=0 \to \frac{1}{2}a=2 \to a=4$

مجانب افقی $\to \lim_{x\to\infty}\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+7} \to \frac{b}{4}=3 \to b=12$

$\frac{b}{a}=\frac{12}{4}=3$

۹

۱,۷۵

$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8}$

$$f'(x)=\frac{3x^3(x^3-8)-3x^2x^4}{(x^3-8)^2}=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^6}{(x^3-8)^2}=\frac{x^3\left((4x^3-32)-3x^3\right)}{(x^3-8)^2}=\frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}$$

$f'(x)=0$

x		0		2		$\sqrt[3]{32}$	
x^3	-		+		+		+
x^3-32	-		-		-		+
$(x^3-8)^2$	+		+		+		+
y'	+	0	-		-	0	+

$[0,2)\cup(2,\sqrt[3]{32}] \longrightarrow$ اکیداً نزولی

$\boxed{x_{min}=0}$

طول بازه $min = 2(\sqrt[3]{4}-1)$

۱۰

$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-3}$

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=\frac{2x^5-12x^3+6x}{(x^2-3)^2}=\frac{2x(x^4-6x^2+3)}{(x^2-3)^2}$$

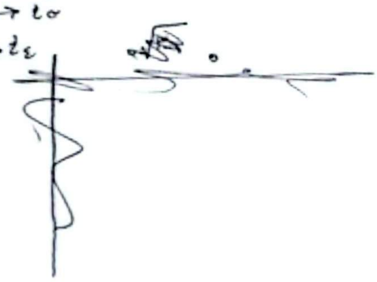
$x^4-6x^2+3=0 \quad x=\pm\sqrt{\frac{3\pm\sqrt{6}}{2}}$

۲

$x=0$

$x=\pm\sqrt{\frac{3\pm\sqrt{6}}{2}} \to t_1, t_2, t_3, t_4$

$x=\pm\sqrt{3}$



x		$-\sqrt{3}$		t_2		t_1		0		t_3		t_4		$\sqrt{3}$	
صورت	-		-		+		-		+		-		+		+
مخرج	+		+		+		+		+		+		+		+
	-		-		+		-		+		-		+		+

دامنه‌ها نزولی $(-\infty,-\sqrt{3})\cup(-\sqrt{3},t_2]$ و $[t_3,t_4]$

$\boxed{\text{۳ بازه}}$