مبین شهبازی

۱-

$f(x) = \sqrt{x(۱-|x|)} \qquad D_f = (-\infty, -۱] \cup [۰, ۱]$

$x = \max$ نسبی

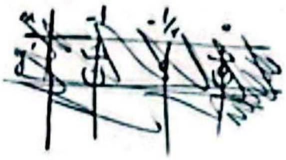
$x = \min$ نسبی

$x = ۰$ بحرانی

$x > ۰ \quad f(x) = \sqrt{x(۱-x)} \qquad f'(x) = \frac{-۲x+۱}{۲\sqrt{-x^۲+x}}$

x		۰		$\frac{۱}{۲}$		۱	
y'			+		−		
		⊕	↗	●	↘	⊕	

$x < ۰ \quad f(x) = \sqrt{x(۱+x)} \qquad f'(x) = \frac{۲x+۱}{۲\sqrt{x^۲+x}}$



x		-۱		$-\frac{۱}{۲}$		۰	
$۲x+۱$	−		−		+		+
$\sqrt{x^۲+x}$	+		−		−		+
y'		− ⊕	+	●	−	⊕	
	↘		↗		↘		

خارج از دامنه

$x = -۱$ بحرانی $\quad x = -\frac{۱}{۲}$ ، x خارج دامنه

$M = ۱$

$n = ۰$

$k = ۴$

$k + M + n \Rightarrow \boxed{۴ + ۱ + ۰ = ۵}$

۲-

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-۲x} \qquad D_f = ۰ \leq x \leq \frac{a}{۲}$

$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} + \frac{-۲x}{۲\sqrt{a-۲x}} = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} - \frac{۱}{\sqrt{a-۲x}} \Rightarrow \frac{\sqrt{a-۲x} - ۲\sqrt{x}}{۲\sqrt{x}\left(\sqrt{a-۲x}\right)} = ۰ \qquad \sqrt{a-۲x} = ۲\sqrt{x}$

$a - ۲x = ۴x \quad \boxed{x = \frac{a}{۴}}$

$x = ۰ \longrightarrow f(x) = \sqrt{a}$

$x = \frac{a}{۲} \longrightarrow f(x) = \sqrt{\frac{a}{۲}}$

$x = \frac{a}{۴} \longrightarrow f(x) = \sqrt{\frac{a}{۴}} + \sqrt{a - \frac{۲a}{۴}} = ۳\sqrt{\frac{a}{۴}}$

$۳\sqrt{\frac{a}{۴}} \times \sqrt{a} = \sqrt{۱۲}$

$\cancel{۳}\,\frac{۹a}{\cancel{۴}_{۲}} \times a = \cancel{۱۲}\ ۴ \quad a^۲ = ۸ \quad a = ۲\sqrt{۲} \quad \boxed{[a] = [۲\sqrt{۲}] = ۲}$

$۳\sqrt{\frac{a}{۴}} \times \sqrt{\frac{a}{۲}} = \sqrt{۱۲} \quad \cancel{۳}\,\frac{۹a}{\cancel{۴}_{۲}} \times \frac{a}{۲} = \cancel{۱۲}\ ۴ \quad a^۲ = ۱۶ \quad a = ۴ \quad \boxed{[a] = ۴}$

۳-

$f(x) = \frac{x^۲|x^۲-۴|}{x^۲-۱} \qquad D_f = \mathbb{R} - \{\pm ۱\}$

$$f'(x) = ۰ \longrightarrow \frac{\left(۲x|x^۲-۴| + \frac{(x^۲-۴)(۲x)(x^۲)}{|x^۲-۴|}\right)(x^۲-۱) - ۲x\left(x^۲|x^۲-۴|\right)}{(x^۲-۱)^۲} = ۰$$

$\left(\cancel{۲x}(x^۲-۴)^۲ + (x^۲-۴)(\cancel{۲x})(x^۲)\right)(x^۲-۱) = \cancel{۲x}(x^۲)(x^۲-۴)^۲$

$\cancel{(x^۲-۴)}\left((x^۲-۴) + x^۲\right)(x^۲-۱) = x^۲(x^۲-۴)^{\cancel{۲}}$

$(۲x^۲-۴)(x^۲-۱) = x^۲(x^۲-۴)$

$۲x^۴ - ۶x^۲ + ۴ = x^۴ - ۴x^۲ \qquad x^۲ - ۲x^۲ + ۴ = ۰ \quad \Delta < ۰$ ریشه ندارد

مقدار x که ۲ طرف را برابر کند

$\boxed{\begin{array}{l} x = ۰ \\ x = ۲ \end{array}}$

۲ نقطه

۴-

$y = ax^۳ + bx^۲ + cx + d \qquad y' = ۳ax^۲ + ۲bx + c$

$A(۰,۰) \qquad y_{(۰)} = ۰ \quad d = ۰ \quad y'_۰ = ۰ \longrightarrow c = ۰$

$B(۱,۱)$

$y_۱ = ۱ \rightarrow a + b = ۱ \quad y'_۱ = ۰ \quad ۳a + ۲b = ۰ \qquad \left.\begin{matrix} ۳a + ۲b = ۰ \\ a + b = ۱ \end{matrix}\right\} \longrightarrow \begin{matrix} a = -۲ \\ b = ۳ \end{matrix}$

$\boxed{ab = -۶}$

۵-

$f(x) = x|۳ - x^۲| \qquad f'(x) = |۳ - x^۲| + \frac{(۳ - x^۲)(x)(-۲x)}{|۳ - x^۲|} = \frac{(۳ - x^۲)^۲ + (۳ - x^۲)(-۲x^۲)}{|۳ - x^۲|} = ۰$

$[-۱٫۵ , \sqrt{۳}]$

$f'_{(x)} = ۰ \longleftarrow$ min مطلق

$۹ - ۶x^۲ + x^۴ + (-۶x^۲ + ۲x^۴) = ۳x^۴ - ۱۲x^۲ + ۹ \qquad ۳(x^۲ - ۱)(x^۲ - ۳) = ۰$

$\underline{x = \pm ۱ , \sqrt{۳}}$

$x = \pm ۱$

$x = \pm \sqrt{۳} \longrightarrow -\sqrt{۳}$ غ ق ق

$\boxed{f(-۱) = -۱|۳ - (-۱)^۲| = -۲} \qquad f(\sqrt{۳}) = \sqrt{۳}|۳ - (\sqrt{۳})^۲| = ۰$

$f(۱) = ۱|۳ - (۱)^۲| = ۲$

$\boxed{\text{min مطلق} = x = -۱} \boxed{f(-۱) = -۲}$

۶-

$f(x) = x^۲|x| + ۳ax^۲ + b \qquad f'(x) = ۲x|x| + \frac{x(۲x)}{|x|} + ۶ax = \frac{۳x^۳ + ۶ax|x|}{|x|} = ۰$

$A(-۱,۱)$

$f(x) = x^۲|x| - \frac{۳}{۲}x^۲ + b$

$f'(-۱) = ۰ \quad f(-۱) = ۱ \longrightarrow (-۱)^۲|-۱| - \frac{۳}{۲}(-۱)^۲ + b = ۱$

$۳(-۱)^۳ + ۶a(-۱)(۱) = -۳ - ۶a = ۰$

$\boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$

$۱ - \frac{۳}{۲} + b = ۱$

$b = \frac{۳}{۲}$

$\boxed{\frac{b}{a} = \frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{۱}{۲}} = -۳}$

۷-

$y_۲ = \frac{۳}{۲}x^۲ + x + \frac{۵}{۶} \qquad y' = ۳x + ۱ \qquad y' = ۰ \qquad ۳x + ۱ = ۰ \quad x = -\frac{۱}{۳}$

$y_۱ = \frac{ax + ۳}{(a+۱)x + (a-۱)}$

ع.ق. مجانب $= \frac{-(a-۱)}{(a+۱)} \longrightarrow \frac{-(a-۱)}{(a+۱)} = -\frac{۱}{۳} \qquad ۳a - ۳ = a + ۱$

$۲a = ۴ \quad \boxed{a = ۲}$

$y_۱ = \frac{۲x + ۳}{۳x + ۱} \qquad \frac{۲x + ۳}{۳x + ۱} = ۰$

$\boxed{x = -\frac{۳}{۲}}$

۹

*$f(x) = \frac{x^۴}{x^۳-۸}$

$$f'(x) = \frac{۴x^۳(x^۳-۸) - ۳x^۲x^۴}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{۴x^۳(x^۳-۸) - ۳x^۶}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{x^۳((۴x^۳-۳۲) - ۳x^۳)}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{x^۳(x^۳-۳۲)}{(x^۳-۸)^۲}$$

$f'(x) = ۰$

x		۰		۲		$\sqrt[۳]{۳۲}$	
$x^۳$	−		+		+		+
$x^۳-۳۲$	−		−		−		+
$(x^۳-۸)^۲$	+		+		+		+
y'	+	۰	−	∄	−	۰	+
	↗		↘		↘		↗

$[۰,۲) \cup (۲, \sqrt[۳]{۳۲}]$ ⟶ اکیداً نزولی

$\boxed{x_{min} = ۰}$

۱۰

$f(x) = \frac{x^۴-۳}{x^۲-۳}$

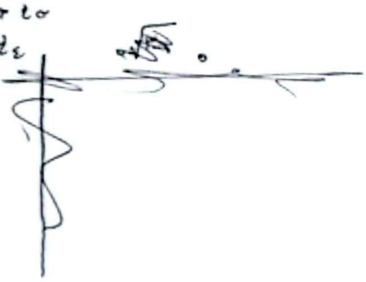
$$f'(x) = \frac{۴x^۳(x^۲-۳) - ۲x(x^۴-۳)}{(x^۲-۵)^۲} = \frac{۲x^۵-۱۲x^۳+۶x}{(x^۲-۳)^۲} = \frac{۲x(x^۴-۶x^۲+۳)}{(x^۲-۳)^۲}$$

$x^۴-۶x^۲+۳=۰ \quad x = \pm\sqrt{\frac{۳\pm\sqrt{۶}}{۲}}$

$x = ۰$

$x = \pm\sqrt{\frac{۳\pm\sqrt{۶}}{۲}}$ → $t_۱$, $t_۲$, $t_۵$, $t_۴$

$x = \pm\sqrt{۳}$



x		$-\sqrt{۳}$		$t_۲$		$t_۱$		۰		$t_۵$		$t_۴$		$\sqrt{۳}$	
صورت	−		−		+		−		+		−		+		+
مخرج	+		+		+		+		+		+		+		+
	−	∄	−	۰	+	۰	−	۰	+	۰	−	۰	+	∄	+
	↘		↘		↗		↘		↗		↘		↗		↗

دامنه‌های نزولی $\in (-\sqrt{۳}, t_۲] \cup (-\infty, -\sqrt{۳}) \cup [t_۳, t_۴]$

$\boxed{\text{۳ بازه}}$