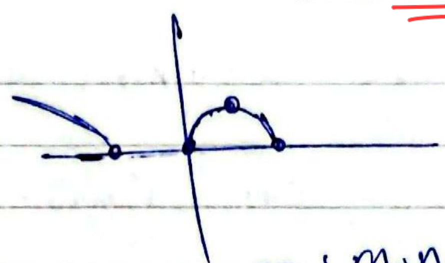
D ۲۴ فلش   دوازدهم ب A   S   14   پایانی ...

۱- $f(x)=\sqrt{x(1-mx)}$



$\Rightarrow m=1,\ n=0,\ k=2$ $\Rightarrow m+n+k=3$ ۲

۲- $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\left(\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}\right)=0$

بحرانی $\Rightarrow 4\sqrt{x}=2\sqrt{a-2x} \Rightarrow a-2x=4x \Rightarrow x=\frac{a}{6}$

$f(0)=\sqrt{a},\ f\left(\frac{a}{2}\right)=\sqrt{\frac{a}{2}} \rightarrow \min$ $D_f=\left[0,\frac{a}{2}\right]$ ۴

$\Rightarrow f\left(\frac{a}{6}\right)=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{4a}{6}}=\frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a} \rightarrow \max$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{2}}\cdot\frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a}=\sqrt{12} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{12}}a=\sqrt{12} \Rightarrow 3a=12$

$\Rightarrow a=4=[a]$

۳- نقاط بحرانی $\rightarrow 0, -2, 2$

$f(x)\begin{cases}\frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} & x\geq 2 \text{ یا } x\leq -2\\ -\frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} & -2<x<2\end{cases}$

$f'(x)=\begin{cases}\frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2} & x\geq 2 \text{ یا } x\leq -2\\ -\frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2} & -2<x<2\end{cases}$ ۲

(تا این مرحله درست است)

$f'=0 \Rightarrow 4x^5-4x^3-8x^3+8x-2x^5+8x^3=0 \Rightarrow 2x^5-4x^3+8x=0$

$\Rightarrow 2x(x^4-2x^2+4)=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow$ منفی به مثبت می‌شود

$\Delta<0$ ریشه ندارد

D S

$y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow$ if $x=0 \Rightarrow y' = 0$ $(c=0)$ -۴

if $x=A \Rightarrow d=0 \Rightarrow (d=0)$ { if $x=1 \Rightarrow y' = 3a+2b = 0$ (۲) if $x=B \Rightarrow 1 = a+b$ (۱)

(۱) و (۲) حل $\Rightarrow b=3$, $a=-2 \Rightarrow ab=-6$ ✓ ۲

$f(x) = x|3-x^2| \Rightarrow$ if $x \in [-1.5, \sqrt{3}] \Rightarrow 3-x^2 \geq 0$ -۵

$\Rightarrow f(x) = 3x - x^3 \Rightarrow f'(x) = 3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow -x^2+1=0 \Rightarrow x = \pm 1$ ۲

x		-1		1	
y'	$-$		$+$		$-$
f	↘		↗		↘

$\Rightarrow x=1 \Rightarrow max$ نسبی

$x=-1 \Rightarrow min$ نسبی $\Rightarrow min$ مطلق $= \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix}$ ✓

$x=-1 \Rightarrow -1|2| = -2$

$y = x^2|x| + 2ax^2 + b \xrightarrow{x<0} -x^3 + 2ax^2 + b \Rightarrow ext$ نسبی $A\begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$ -۶

$y' = -3x^2 + 4ax \xrightarrow{x=-1} -3-4a=0 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$ if $x=A \Rightarrow 1 = -(-1)^3 - \frac{3}{2}(-1)^2$

$+b \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{3}{4}} = -2$ ✓ ۲

$y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6} \Rightarrow y' = 3x+1 \Rightarrow 3x+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ -۷

$\Rightarrow \left(\frac{-a}{1+a}, \frac{5}{a+1}\right) \Rightarrow \frac{-a}{1+a} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a=2$ ۲

$\Rightarrow \frac{3x+4}{3x+2} \Rightarrow y=0 \Rightarrow 3x+4=0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$ ✓

$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} \Rightarrow$ { مجانب افقی $\Rightarrow \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b=12$ -۸

مجانب قائم $\Rightarrow 4x^2+ax+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 - \frac{a}{2} + 1 = 0 \Rightarrow a = 4$ }

$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3$ ✓

۲

$$y' = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{4x^6 - 24x^3 - 3x^6}{(x^3-8)^2} \Longrightarrow y' = 0$$ ۹-

$\Rightarrow x^6 - 32x^3 = 0 \Rightarrow x^3(x^3-32) = 0$ → $x=0$ ، → $x = \sqrt[3]{32} = 2\sqrt[3]{4}$ (۲)

x		0		2		$2\sqrt[3]{4}$	
y'	+		−	‖	−		+
$f(x)$	↗		↘	‖	↘		↗

طولانی‌ترین بازه‌ای که تابع نزولی است: $2\sqrt[3]{4} - 2$ ✓

اکیداً نزولی است.

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-2) - 2x(x^4-3)}{(x^2-2)^2} = \frac{2x^5 - 8x^3 + 6x}{(x^2-2)^2} = \frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}$$ (۱)

تابع روی $\{\pm\sqrt{2}\} - x$ مشتق‌پذیر است. نقاط $f'(x) = 0$

x		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$	
$f'(x)$	−		+	ت	+		−		+		−	ت	−		+
$f(x)$	↘		↗		↗		↘		↗		↘		↘		↗

اکیداً نزولی در $[\sqrt{3}, \sqrt{2})$ و $(1, \sqrt{2}]$ و $[0, -1]$ و $(-2, -\sqrt{3}]$

$2x^5 - 12x^3 + 6x = 0 \to 2x(x^4 - 6x^2 + 3) = 0 \to \{x = 0$

$\to x^4 - 6x^2 + 3 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 - 6t + 3 = 0 \to t = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{2} = 3 \pm \sqrt{6} \to \begin{cases} x = \pm\sqrt{3-\sqrt{6}} \\ x = \pm\sqrt{3+\sqrt{6}} \text{ غ ق ق} \end{cases}$

x		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$	
y'	−	ت	−	0	+	0	−	0	+	ت	+

→ در ۳ بازه اکیداً نزولی