نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۶ کلاس دوازدهم ریاضی A .....

۱

$$f(x)\begin{cases}\sqrt{x-x^2} & x\geq 0\\ \sqrt{x+x^2} & x<0\end{cases}\rightarrow f'(x)\begin{cases}\frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} & x\geq 0\\ \frac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} & x<0\end{cases}$$

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
y'	$-$	∞	$+$	∞	$-$
y	↘	0	↗	0	↘

$m=1$

$n=0$

$k=2$

$k+m+n=3$ ✓ (۲)

۲

$$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}\rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=\frac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{a-2x}}$$

$D_f=[0,\frac{a}{2}]$

x	0	$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{2}$
y'	$+$	$-$	
y	↗	↘	
	$\sqrt{a}$	$\sqrt{\frac{3}{4}a}$	$\sqrt{\frac{a}{2}}$

$\max\rightarrow(\frac{a}{4},\sqrt{\frac{3}{4}a})$

$\min\rightarrow(\frac{a}{2},\sqrt{\frac{a}{2}})$

$\sqrt{\frac{3a}{4}}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{\frac{3a^2}{8}}=\sqrt{12}\rightarrow a=+8$

$[a]=[8]=8$ ✓ (۲)

۳

$$f(x)\begin{cases}x\in(-\infty,-2)\cup(2,+\infty) & \frac{x^4-2x^2}{x^2-1}\\ x\in[-2,2] & \frac{4x^2-x^4}{x^2-1}\end{cases}\rightarrow f'(x)\begin{cases}\frac{2x^5-4x^3+4x}{(x^2-1)^2}\\ \frac{-2x^5+4x^3-4x}{(x^2-1)^2}\end{cases}$$

x	-2	-1	0	1	2
y'	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$	$+$
y	↘	↗	↗	↘	↘	↗
	ext min		ext max		ext min	

۳ اکسترمم ✓ (۲)

۴

$x=0\rightarrow y=0\rightarrow d=0$

$x=1\rightarrow y=a+b+c=1\xrightarrow{c=0}a+b=1\rightarrow 3a+3b=3$

$y'=3ax^2+2bx+c$

$x=0\rightarrow y'=0\rightarrow c=0$

$x=1\rightarrow y'=3a+2b=0$

$\rightarrow b=3\quad a=-2$

$ab=-6$ ✓ (۲)

۵ (۱٫۵)

$$f(x)=x|\sqrt{3}+x||\sqrt{3}-x|\qquad -\sqrt{3}\leq x<1,1$$

$\min\rightarrow x=-1,5\rightarrow f(-1,5)=-\frac{3}{2}|\sqrt{3}-\frac{3}{2}||\sqrt{3}+\frac{3}{2}|$

$f(-1,5)=-\frac{9}{8}$

نقاط بحرانی $\rightarrow$

$x=-1,5\rightarrow f(-1,5)=-1,125$

$x=-1\rightarrow f(-1)=-2$

$x=1\rightarrow f(1)=2$

$x=\sqrt{3}\rightarrow f(\sqrt{3})=0$

$\rightarrow$ $\min$ مطلق در بازه $=-2$

۶

$x=-1 \to y=-x^3+3ax+b \to y=1-3a+b=1 \to b-3a=0$

$y'=-3x^2+3a \to y'=3a-3=0 \to a=1$

$\Big\} \to b=3$

$\frac{b}{a}=\frac{3}{1}=\boxed{3}$

$f(-1)=1 \to 1+3a+b=1 \to 3a+b=0$ (I)

$\begin{cases} f'(-1)=0 \\ x=-1<0 \to f(x)=-x^3+3ax^2+b \to f'(x)=-3x^2+6ax \end{cases}$

$\to f'(-1)=-3-6a=0 \to \boxed{a=-\frac{1}{2}} \xrightarrow{(I)} \boxed{b=\frac{3}{2}}$

$\frac{b}{a}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}}=-3$

۷

مجانب افق $=\frac{a}{a+1}$ $\quad \frac{a}{a+1}=\frac{2}{3} \to a=2 \to y=\frac{2x+3}{3x+1}$

مجانب قائم $=\frac{1-a}{a+1}$ $\quad \frac{1-a}{a+1}=-\frac{1}{3}$

$y=\frac{3}{2}x^2+x+\frac{5}{6} \to y'=3x+1$

$y=0 \to \frac{2x+3}{3x+1}=0 \to \boxed{x=-\frac{3}{2}}$ ✓

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$\searrow$		min	$\nearrow$	

(۲)

۸

مجانب افق $=\frac{b}{4}=3 \to b=12$

مجانب قائم $4x^2+ax+1=0 \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} 1-\frac{a}{2}+1=2-\frac{a}{2}=0 \to a=4$

$\frac{b}{a}=\frac{12}{4}=\boxed{3}$ ✓

(۲)

۹

$f(x)=\frac{x^4}{x^2-8} \to f'(x)=\frac{4x^3(x^2-8)-2x^5}{(x^2-8)^2}=\frac{x^5-8}{(x^2-8)^2}$

x	$-\infty$		-2	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
y'	$-$	$\not\exists$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\not\exists$	$-$	
y	$\searrow$		$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$		$\searrow$	

$(-\infty,-2]$

$[-\sqrt{2},\sqrt{2}] \to \sqrt{2}-(-\sqrt{2})=\boxed{2\sqrt{2}}$

$(2,+\infty)$

(جواب صحیح بود)

۱۰

$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=\frac{2x^5-12x^3+6x}{(x^2-3)^2}=\frac{2x(x^4-6x^2+3)}{(x^2-3)^2}$

x	$-\sqrt{3}$		0		$3-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$		$3+\sqrt{3}$	
y'	$-$	$\not\exists$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\not\exists$	$-$	0	$+$
y	$\searrow$		$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$

بازه‌های ۱ به ۱: $(-\infty,-\sqrt{3}) \cup [0,3-\sqrt{3}] \cup (3,3+\sqrt{3})$

۳ بازه

$3x^5-12x^3+6x=0 \to 3x(x^4-6x^2+3)=0 \to \begin{cases} x=0 \\ x^4-6x^2+3=0 \end{cases}$

$\to x^4-6x^2+3=0 \xrightarrow{x^2=t} t^2-6t+3=0 \to t=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}=3\pm\sqrt{6} \to \begin{cases} x=\pm\sqrt{3-\sqrt{6}} \\ x=\pm\sqrt{3+\sqrt{6}} \end{cases}$ تقریبی

x	$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	$\not\exists$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	$\not\exists$	$+$

در ۳ بازه علامت تغییر می‌کند

سوال ۹

$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8} \rightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2}=\frac{x^6-32x^3}{(x^3-8)^2}<0$

$\xrightarrow{x\neq 2} x^6-32x^3<0 \rightarrow x^3(x^3-32)<0 \longrightarrow 0<x<\sqrt[3]{32},\ x\neq 2$

$(0,2) \rightarrow$ طول بازه $= 2$

$(2,\sqrt[3]{32}) \rightarrow$ طول بازه $= 2(\sqrt[3]{4}-1)<2 \longrightarrow$ $\text{طول بازه}^{min}=2(\sqrt[3]{4}-1)$

تابع در دو بازه $(0,2)$ و $(2,\sqrt[3]{32})$ اکیداً نزولی