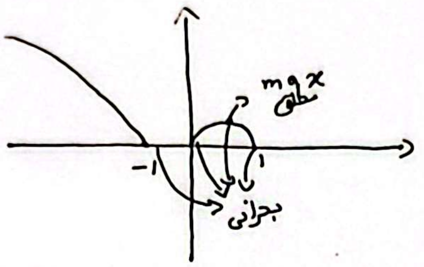
نام و نام خانوادگی ..بردیا الهیاری.............. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۶.. کلاس دوازدهم ریاضی A......

1

$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$




$m=1$

$h=0$

$k=4$

$\rightarrow \boxed{k+m+h=5}$

2

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2}{2\sqrt{a-2x}}=0 \rightarrow \sqrt{a-2x}=2\sqrt{x} \rightarrow a-2x=4x$

$\rightarrow x=\frac{a}{6}$ بحرانی

دامنه تابع $\leftarrow 0\le x\le \frac{a}{2}$

$f(0)=\sqrt{a}$

$f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$ min

$f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{2a}{3}}=\frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a}$ max

$\sqrt{\frac{a}{2}}\times\frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a}=\sqrt{12} \rightarrow \frac{3}{\sqrt{12}}a=\sqrt{12}$

$\rightarrow 3a=12 \rightarrow \boxed{a=4} \rightarrow [a]=4$

3

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} & x\ge 2 \text{ یا } x\le -2\\[2mm] \dfrac{-x^2(x^2-4)}{x^2-1} & -2<x<2\end{cases}$

$x=2$ و $x=-2$ نقاط زاویه‌دار که مشتق‌پذیر نبوده و جزء نقاط بحرانی‌اند.

۳ نقطه بحرانی $\Leftarrow$ $x=2$ و $-2$ و $0$

$f'(x)=\dfrac{(4x^3-8x)(x^2-1)-2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}$ $\quad x>2$ یا $x<-2$

$\dfrac{-((4x^3-8x)(x^2-1)-(2x(x^4-4x^2)))}{(x^2-1)^2}$ $\quad -2<x<2$

ریشه‌های هر دو قسمت یکسان هستند پس صورت را صفر قرار دهیم

$4x^5-4x^3-8x^3+8x-2x^5+8x^3=0$

$\rightarrow 2x^5-4x^3+8x=0$

$2x(x^4-2x^2+4)=0 \rightarrow x=0$

$\Delta<0$

برای ضابطه دوم قبول است و برای اولی قابل قبول نیست.

4

$y=ax^3+bx^2+cx+d \rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$

نقطه $A(0,0)$ و $B(1,1)$ اکسترمم نسبی $\leftarrow$ مشتق در $x=0$ و $x=1$ صفر است.

$\xrightarrow{x=0} y'=0+0+c=0 \rightarrow c=0$

A را در خود تابع می‌گذاریم $\rightarrow 0=0+0+0+d \rightarrow d=0$

$\xrightarrow{x=1} y'=3a+2b=0 \rightarrow 0=3(1-b)+2b$

B را در خود تابع می‌گذاریم $\rightarrow 1=a+b \rightarrow a=1-b \rightarrow 3-3b+2b=0$

$\rightarrow b=3 \rightarrow a=-2$

$\boxed{a\times b=-2\times 3=-6}$

5

$f(x)=x|3-x^2| \xrightarrow{\text{در بازه داده شده عبارت مطلق مثبت است}} f(x)=3x-x^3 \rightarrow f'(x)=-3x^2+3=0$

$-x^2+1=0 \rightarrow x=\pm 1$

| $x$ | $-1/5$ | $-1$ | $1$ | $\sqrt{3}$ |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-\frac{9}{8}$ | $-2$ | $2$ | $0$ |

min مطلق ($-2$) — max مطلق ($2$)

min مطلق $(-1, -2)$

**۶**

در همسایگی $x=-1$ مقدار $x$ منفی است.

$y = x^2|x| + 3ax^2 + b = x^2(-x) + 3ax^2 + b$

$y = -x^3 + 3ax^2 + b$ و اکسترمم $A(-1, 1)$

مشتق به ازای $x=-1$ صفر است.

$y' = -3x^2 + 6ax \xrightarrow{x=-1} -3 - 6a = 0 \to a = -\frac{1}{2}$

$y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + b$

A را جایگذاری می‌کنیم $\to 1 = -(-1)^3 - \frac{3}{2}(-1)^2 + b \to 1 = 1 - \frac{3}{2} + b \to b = \frac{3}{2}$

$\frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = \boxed{-3}$

**۷**

محل برخورد $\left(\frac{1-a}{a+1}, \frac{a}{a+1}\right) \longrightarrow \frac{1-a}{a+1} = -\frac{1}{3} \to 3 - 3a = -a - 1 \to 2a = 4 \to a = 2$

$\to y = \frac{2x+3}{3x+2} \xrightarrow{y=0}$

$2x + 3 = 0 \to \boxed{x = -\frac{3}{2}}$

$y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{a}{6}$

$\to y' = 3x + 1 = 0 \to x = -\frac{1}{3}$

**۸**

$y = \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + ax + 1}$

مجانب افقی $= \frac{b}{4} = 3 \to b = 12$

مجانب قائم $= 4x^2 + ax + 1 = 0 \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} 1 - \frac{a}{2} + 1 = 0$

$\to a = 4$

$\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$

**۹**

تابع بر $x=2$ دارای مجانب قائم است.

$y' = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{4x^6 - 32x^3 - 3x^6}{(x^3-8)^2} = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2} \xrightarrow{y'=0} x^6 - 32x^3 = 0$

$\to x = 0$

$\to x = \sqrt[3]{32} = 2\sqrt[3]{4}$

| $x$ | | $0$ | | $2$ | | $2\sqrt[3]{4}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $y$ | ↗ | | ↘ | ‖ | ↘ | | ↗ |

تابع در بازه‌های $(0, 2)$ و $(2, 2\sqrt[3]{4})$ اکیداً نزولی است.

کوچکترین بازه $(2, 2\sqrt[3]{4})$ است که طول آن برابر: $\underline{2(\sqrt[3]{4}-1)}$

**۱۰**

تابع روی $R - \{\pm\sqrt{2}\}$ مشتق‌پذیر است. تا معادله‌ی $f'(x)$ را حل می‌کنیم.

$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-2) - 2x(x^4-3)}{(x^2-2)^2} = \frac{2x^5 - 8x^3 + 6x}{(x^2-2)^2} = \frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}$

| $x$ | | $-\sqrt{3}$ | | $-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{2}$ | | $\sqrt{3}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ |

چون $-2 < x < 2$ ، پس تابع در هر یک از بازه‌های $(-2, -\sqrt{3}]$ ، $[-1, 0]$ ، $[1, \sqrt{2})$ و $(\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ اکیداً نزولی است.