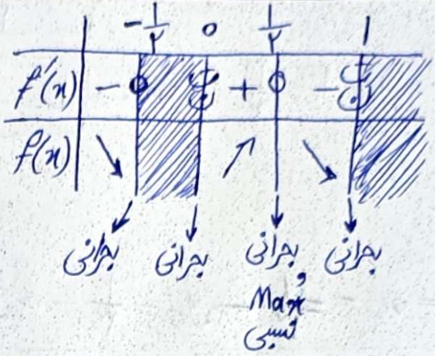
نام و نام خانوادگی طاها حق جویی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۶ کلاس دوازدهم پسر A

۱

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-x^۲} & x\geqslant ۰\\ \sqrt{x+x^۲} & x<۰\end{cases}\longrightarrow f'(x)=\begin{cases}\dfrac{-۲x+۱}{۲\sqrt{x-x^۲}} & x>۰\\ \dfrac{۲x+۱}{۲\sqrt{x+x^۲}} & x<۰\end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{matrix}k=۴\\ m=۱\\ n=۰\end{matrix}\longrightarrow k+m+n=۵$$

۲

$$f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}+\frac{-۲}{۲\sqrt{a-۲x}}=\frac{\sqrt{a-۲x}-۲\sqrt{x}}{۲\sqrt{ax-۲x^۲}}=۰\longrightarrow\sqrt{a-۲x}=۲\sqrt{x}\rightarrow x=\frac{a}{۶}$$

$\hookrightarrow x=۰$

$\hookrightarrow x=\frac{a}{۲}$

$f(۰)=\sqrt{a}$

$f(\frac{a}{۲})=\sqrt{\frac{a}{۲}}\longrightarrow$ Min

$f(\frac{a}{۶})=\sqrt{\frac{a}{۶}}+\sqrt{\frac{۲a}{۳}}\longrightarrow$ Max

$$\longrightarrow\sqrt{\frac{a}{۲}}\times\left(\sqrt{\frac{a}{۶}}+\sqrt{\frac{۲a}{۳}}\right)=\frac{a}{\sqrt{۱۲}}+\frac{a}{\sqrt{۳}}=\frac{۳a}{\sqrt{۱۲}}=\sqrt{۱۲}\longrightarrow a=۴$$

$\uparrow$

$[a]=۴$

۳

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲(x^۲-۴)}{x^۲-۱} & x\geqslant ۲\\ & x<-۲\\ \dfrac{-x^۲(x^۲-۴)}{x^۲-۱} & -۲\leqslant x<۲\end{cases}\longrightarrow f'(x)=\begin{cases}\dfrac{۲x(x^۴-۲x^۲+۴)}{(x^۲-۱)^۲} & x>۲\\ & x<-۲\\ \dfrac{-۲x(x^۴-۲x^۲+۴)}{(x^۲-۱)^۲} & -۲<x<۲\end{cases}$$

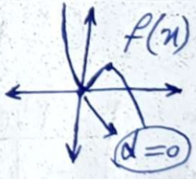
x		−۲		−۱		۰		۱		۲	
f'(x)	−		+	∄	+	۰	−	∄	−		+
f(x)	↘		↗		↗		↘		↘		↗
		✓				✓				✓	

$\longrightarrow$ Ext ۳ تا

۴

$$y'=۳ax^۲+۲bx+c\xrightarrow{x=۰}y'=\boxed{۰=c}$$

$$\xrightarrow{\boxed{x=۱}}y'=۳a+b=۰\rightarrow\boxed{a=-\frac{۲}{۳}b}$$



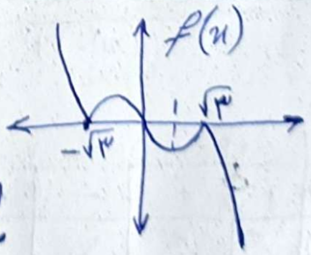
$$y=-\frac{۲}{۳}bx^۳+bx^۲=bx^۲(۱-\frac{۲}{۳}x)\xrightarrow[x=۱]{}b(\frac{۱}{۳})=۱\rightarrow\boxed{b=۳}$$

$\longrightarrow ab=-۶$

۵

$$f(x)=\begin{cases}۳x-x^۳ & x\geqslant\sqrt{۳}\\ & x<-\sqrt{۳}\\ x^۳-۳x & -\sqrt{۳}<x<\sqrt{۳}\end{cases}$$

$\hookrightarrow f'(x)=۳x^۲-۳=۰\longrightarrow x=\pm۱\rightarrow f(۱)=-۲\rightarrow$ Min مطلق



۶

$$y=x^۲|x|+۳ax^۲+b \xrightarrow{x<۰} y'=-۳x^۲+۶ax$$

$$\xrightarrow{x=-۱} y'=-۳-۶a=۰ \to \boxed{a=\frac{-۱}{۲}}$$

$$\xrightarrow{x=-۱} y=۱-\frac{۳}{۲}+b=۱ \to \boxed{b=\frac{۳}{۲}}$$

$$\Longrightarrow \frac{b}{a}=\frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{۱}{۲}}=-۳$$

۷

$$-\frac{b}{۲a}=x_S=\frac{-۱}{۳} \to y_S=\frac{۲}{۳} \to S\left(-\frac{۱}{۳}, \frac{۲}{۳}\right)$$

$$\frac{a}{a+۱}=\frac{۲}{۳} \to ۲a+۲=۳a \to \boxed{a=۲} \to y=\frac{۲x+۳}{۳x+۱}=۰ \to x=\frac{-۳}{۲}$$

۸

$$y'=\frac{۲bx(۴x^۲+ax+۱)-(۸x+a)(bx^۲+۷)}{(۴x^۲+ax+۱)^۲}=\frac{abx^۲+(۲b-۵۶)x-۷a}{(۴x^۲+ax+۱)^۲}$$

?

۹

$$f'(x)=\frac{(۴x^۳)(x^۳-۸)-(x^۴)(۳x^۲)}{(x^۳-۸)^۲}=\frac{x^۳(x^۳-۳۲)}{(x^۳-۸)^۲}$$

x		۰		۲		$۲\sqrt[۳]{۴}$	
$f'(x)$	+	۰	−	‖	−	۰	+
$f(x)$	↗		↘		↘		↗
				مجانب قائم			

→ در ۲ بازه نزولی اکیداست: $(۰, ۲)$, $(۲, \sqrt{۳۲})$ → $\underset{\text{طول بازه‌ها}}{\text{Min}} = \sqrt{۳۲}-۲ = ۲(\sqrt[۳]{۴}-۱)$

۱۰

$$f'(x)=\frac{(۴x^۳)(x^۲-۳)-(۲x)(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲}=\frac{۲x(x^۴-۶x^۲+۳)}{(x^۲-۳)^۲}=۰$$

$\to x=۰$

$\to x=\pm\sqrt{۳}$

$\to x=\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$

$\to x=-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$

x		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		۰		$\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		$\sqrt{۳}$		۲	
$f'(x)$	+	‖	+	۰	−	۰	+	۰	−	‖	−		▨
$f(x)$	↗	↓	↗		↘ ✓		↗		↘ ✓	↓ ✓	↘ ✓		▨
		مجانب								مجانب			

→ در بازه $[-۲, ۲]$ است

جدول

→ در ۳ تا بازه اکیدا نزولی است