محمدحسین عرب‌زاده — تلفن: ۱۲ سؤال A — (۲۰)

سؤال ۱۱۵

$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=0 \Rightarrow b=0$ ✓

سؤال ۱۱۶

$f'(x)=2\cos^2(x+1)(-\sin(x+1))(2)+2ax \xrightarrow{x=0} f'(0)=0$ ✓

$\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)-f'(0)}{x-0}=2 \Rightarrow f''(0)=2$

$f''(x)=\dots(-\sin(x+1))\dots+2a \Rightarrow f''(0)=2 \Rightarrow 0+2a=2 \Rightarrow a=1$ ✓

$a+b=1+0=1$ ✓ — جواب

(جواب صفحه بعد)

سؤال ۱۱۷ — ⊕ برای اینکه ۹ درجه باشد باید $1+m'm=0$ باشد

$g(x)=\left|\frac{m-m'}{1+mm'}\right|$

$\Rightarrow 1-(-m)m=1 \Leftarrow m=-m'$ — $m=\pm 1$

$\Rightarrow f'(x)=4x=\pm 1 \rightarrow x=\pm\frac{1}{4}$

$f(x)_{x=\frac{1}{4}}=-\frac{3}{4}\times 2 \rightarrow$ [۲] — جواب ✓

سؤال ۱۱۸

$\text{عمود} \Rightarrow \frac{4+12}{2\alpha+6}=4 \Rightarrow y=4x-9$

$4x-8=\frac{9}{4x-1} \Rightarrow 16x^2-36x+9=9$

$\Rightarrow 16x^2-36x+9-9=0 \xrightarrow{\div 12} (4x)(4x)-(3)(4x)=0 \Rightarrow 4x(4x-3)=0$

$\Rightarrow 9-2a=12 \rightarrow a=-3 \Rightarrow f(0)=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$ — جواب

سؤال ۱۱۹ — $g(x)=f(x)$ ، $g'(x)=f'(x)$

$f(x)=g(x) \xrightarrow{x=1} \frac{1+a}{1+a}=2+b \Rightarrow b=-1$

$f'(x)=g(x) \Rightarrow \frac{(a+1)-a(a+1)}{(a+1)^2}=2 \Rightarrow 1-a=2a+2 \rightarrow a=-\frac{1}{3}$

$a-b \Rightarrow -\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$ — جواب

سؤال ۱۲۰

$\frac{3}{2}\pi x=\sin x+\frac{1}{2}\cos x \Rightarrow \sin\alpha=\cos\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{4}$

نقطه تماس $\left|\frac{\pi}{4}\right.$ $\left.\frac{3\sqrt{2}}{4}\right|$ $\quad f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} f'(\tfrac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$y-\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} y=0 \Rightarrow -\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}(-\frac{\pi}{4})$

$\Rightarrow x=3-\frac{\pi}{4}$ — جواب ✓

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

سوال ۹ ـ تابع پیوسته است

$f'(x) = 4x^2 - 4x - 12 = 0 \rightsquigarrow x^2 - x - 3 = 0$

$\rightarrow x = \begin{cases} -1 \rightarrow y = -2 - 3 + 12 + 1 = 8 \\ 2 \rightarrow y = 14 - 12 - 24 + 1 = -19 \end{cases}$

$m_{AB} = \frac{8 + 19}{2 + 1} = \frac{27}{3} = 9 \Rightarrow f'(x) = 9$

$\rightarrow 4x^2 - 4x - 12 = 9 \Rightarrow 4x^2 - 4x - 21 = 0 \Rightarrow$ دارای ۲ نقطه

صفر است

سوال ۵ ✓ ⊕ دارای ۲ نقطه

$f(x) = kx^3 + (k+1)x^2 \rightarrow x_{\text{اکسترمم}} = \frac{k+1}{-3k}$

① $\rightarrow \frac{k+1}{-3k} < 0 \Rightarrow \frac{k+1}{3k} > 0$

	-1		0	
	$+$	0	$-$	$+$

(I)

② $\rightarrow k\frac{(k+1)^3}{-27k^3} + \frac{(k+1)^3}{9k^2} > 0 \Rightarrow \frac{2(k+1)^3}{27k^2} > 0$

$\rightarrow k+1 > 0 \Rightarrow k > -1$ (II) $\xrightarrow{I \cap II} (0, +\infty)$ ⊕ نقطه‌ی عطف مثبت است که طول نقطه‌ی عطف $x = -\frac{b}{3a} = 3$ و تابع در همه‌ی xها تقعر رو به بالا دارد

سوال ۸ ـ زمانی خط مماس از نقطه عبور می‌کند نقطه‌ی عطف باشد

$x_{\text{نقطه عطف}} = \frac{-a}{3} = -1 \Rightarrow a = 3$ جواب

$\rightarrow$ نقطه عطف $\Rightarrow -1 + 3 - b - 1 = -4 \Rightarrow b = 5$

سوال ۹ ـ

$f(0) = 4 \rightarrow c = 4 \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 0 \rightsquigarrow x = 0$

$f'(0) = 0 \rightarrow b = 0 \quad \hookrightarrow x = \frac{-2a}{3}$

$f(-\frac{2a}{3}) = 0 \Rightarrow \frac{-8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} = -4 \Rightarrow a^3 = -27$

$a = -3$

$x_{\min} = \frac{-2(-3)}{3} = 2$

---

۱۰ ـ

$f'(x) = 4x^3 - 12x = 0 \rightarrow 4x(x^2 - 3) = 0$

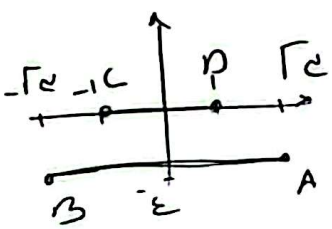
	$-2\sqrt{3}$		0		$2\sqrt{3}$	
	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
	↘		↗		↘		↗

$f(x) \xrightarrow{x = \pm 2\sqrt{3}}$ نقاط بحرانی $9 - 18 + a = -4 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2\sqrt{3} & -2\sqrt{3} \\ -4 & -4 \end{vmatrix}$

$f'(x) = 12x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 1, f(x) \xrightarrow{x = \pm 1}$ نقاط بحرانی $1 + a - 4 = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$

این ۲ نقطه با هم سه‌تایی هستند و زاویه‌ای نمی‌سازند.

یک زاویه صفر درجه



Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

سوال ۱

$f(x) = \cos^{۴}(۲x) + ax^{۲} + b$

$\lim_{x \to ۰^{+}} \frac{f(x)}{x} = ۰ \rightarrow \lim_{x \to ۰^{+}} \frac{\cos^{۴}(۲x) + ax^{۲} + b}{x} = ۰ \rightarrow \lim_{x \to ۰^{+}} \frac{۱ + b}{x} = ۰ \rightarrow \boxed{b = -۱}$

$\lim_{x \to ۰^{-}} \frac{f'(x)}{x} = ۲ \rightarrow \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{-۹\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x) + ۲ax}{x} = ۲ \xrightarrow{\text{سیلم}} \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{-۹ \times ۲x + ۲ax}{x} = ۲$

$\rightarrow \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{(۲a - ۱۲)x}{x} = ۲ \rightarrow ۲a - ۱۲ = ۲ \rightarrow \boxed{a = ۷}$

$a + b = ۶$