تکلیف ۲۷

پرهام مقیمی — دوازدهم سیر A

۱۸٫۵

۳۰ دوشنبه مهر — 21 Oct. 2024 — ۱۷ ربیع الثانی ۱۴۴۶

①

$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0 \rightarrow = 0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

۰٫۵

$f'(x) = 3\times 2\times \cos^2(2x)\times(-\sin 2x) + 2ax \xrightarrow{x=0} f'(0)=0$

$\lim_{x\to 0} \frac{f'(x)-f'(0)}{x-0} = 2 \rightarrow f''(0)=2$

$\rightarrow f''(x) = -\sin 2x + 2a + \dots \rightarrow f''(x) = 2$

$2a = 2 \rightarrow \boxed{1=a}$

$a+b = 1$ (جواب صفحه بعد)

②

$f'(x)\cdot f'(-x) = -1 \rightarrow 2x \times -2x = -1 \rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$

$f(x) = x^2 - 1 \rightarrow f'(x) = 2x$ ۲

$f(x) \rightarrow \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$ ✓

③

$m = \frac{6-(-4)}{2.5-(0.5)} = 6 \Rightarrow y-6 = 6(x-2.5) \Rightarrow y = 6x-9$ ۲

$6x-9 = \frac{a}{2x-1} \rightarrow 12x^2 - 24x + 9 - a = 0$

$\Delta = 0$ مماس $\rightarrow a = -3$

$f(5) = \frac{-3}{2\times 5-1} = -\frac{1}{3}$ ✓

④

$y' = \frac{1\times(ax+1) - a(x+a)}{(ax+1)^2} = \frac{ax+1-ax-a^2}{(ax+1)^2} = \frac{1-a^2}{(ax+1)^2}$ ۲

$y'(1) = 1-a^2 \Rightarrow a = -1$, $a = -\frac{1}{3}$ ✓ تابع ثابت

$y = \frac{x-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}x+1} \xrightarrow{x=1} y = 1$

$a - b = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

⑤

$f(x) = g(x) \rightarrow \sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{3}{2}\sin x \rightarrow \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2}\cos x$

$\sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$(\frac{\pi}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{4}) \Rightarrow$

$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}$ ۲

$L \Rightarrow y - \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}(x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} - 3$

سه شنبه
آبان
22 Oct 2024
۱۸ ربیع الثانی ۱۴۴۶

(۶)
$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \rightarrow x = -1,\ x = 2$
$\hookrightarrow A(-1, 8),\ B(2, -19) \rightarrow m = \frac{-19 - 8}{2 - (-1)} = -9$
$6x^2 - 6x - 12 = -9 \rightarrow \Delta > 0$ دارای ۲ نقطه است ✓ (۲)

---

(۷)
$y = kx^3 + (k+1)x^2 \rightarrow y' = 6kx + 2k + 2 = 0$ (۲)
$k\left(\frac{-(k+1)}{3k}\right)^3 + (k+1)\left(\frac{-(k+1)}{3k}\right)^2 > 0 \rightarrow \frac{k+1}{3k} > 0$
$x = -\frac{(k+1)}{3k} < 0$
$\rightarrow$ -1 ، 0 : $-$ | $+$ | $+$ $\quad$ $k \in (0, +\infty)$ ✓ → هیچ مقدار صحیح منفی نیست

---

(۸)
$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 \rightarrow y'' = 6x + 2a = 0 \rightarrow x = -\frac{a}{3}$
$-\frac{a}{3} = -1 \rightarrow a = 3$
$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 \rightarrow b = 5$ ✓ (۲)
جواب $\Leftarrow$ $\frac{3}{5} = 0/6$

---

(۹)
$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \rightarrow f(0) = 4 = c$
$\hookrightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \xrightarrow{x=0} b = 0$
$f(x) = x^3 + ax^2 + 4 \xrightarrow{f'} x(3x + 2a)$
$f'(x) = 0 \rightarrow x = 0,\ x = -\frac{2a}{3}$
$f\left(-\frac{2a}{3}\right) = 0 \rightarrow \frac{-8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9}$
Min نسبی $= \frac{-2a}{3} = \boxed{2}$ ، $a = -3$ ✓ (۲)

---

(۱۰)
$f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 \xrightarrow{f'} 4x(x^2 - 3) \rightarrow x = 0,\ x = \pm\sqrt{3}$
$\hookrightarrow f''(x) = 12x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 1$
$\begin{vmatrix}\sqrt{3}\\ -4\end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix}-\sqrt{3}\\ -4\end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix}+1\\ 0\end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix}-1\\ 0\end{vmatrix}$ $x = 0$ (۲)
۲ پاره خط موازی ✓
لیست زاویه صفر درجه

روز بزرگداشت ابوالفضل بیهقی

CamScanner

سوال ۱

$f(x)=\cos^{۴}(۲x)+ax^{۲}+b$

$\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{f(x)}{x}=۰ \rightarrow \lim_{x\to ۰^{+}}\frac{\cos^{۴}(۲x)+ax^{۲}+b}{x}=۰ \rightarrow \lim_{x\to ۰^{+}}\frac{۱+b}{x}=۰ \rightarrow \boxed{b=-۱}$

$\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{f'(x)}{x}=۲ \rightarrow \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{-۹\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x)+۲ax}{x}=۲ \xrightarrow{\text{sin}x\sim x} \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{-۹\times ۲x+۲ax}{x}=۲$

$\rightarrow \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{(۲a-۱۲)x}{x}=۲ \rightarrow ۲a-۱۲=۲ \rightarrow \boxed{a=۷}$

$a+b=۶$