نام و نام خانوادگی ...بردیا بابایی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲.۷.. کلاس ...دوازدهم ریاضی......

**۱**

$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0 \longrightarrow b=0$

$f'(x) = 3\times 2\times \cos^2(2x)\times(-\sin 2x) + 2ax \xrightarrow{x=0} f'(0)=0$

$a+b=1+0 = \boxed{1}$

$\lim_{x\to 0} \frac{f'(x)-f'(0)}{x-0} = 2 \to f''(0)=2$

$f''(x) = \dots (-\sin 2x) \dots + 2a \to f''(0) = 2 = 2a \to a=1$

**۲**

خط $y=4x^2-1$ وخط افقی نمودار تابع را در نقاطی به طول $\alpha$ و $-\alpha$ قطع می‌کند.

و مماس‌های رسم شده بر هم عمودند.

$f'(\alpha)\times f'(-\alpha) = -1 \longrightarrow (-8\alpha)(8\alpha) = -1$

$f(x) = 4x^2 - 1 \to f'(x) = 8x \qquad \to \alpha^2 = \frac{1}{64} \longrightarrow \alpha = \pm\frac{1}{8}$

$f(x) \xrightarrow{x=\pm\frac{1}{8}} \frac{1}{16} - 1 = -\frac{15}{16} \dots = \boxed{-\frac{3}{2}}$

**۳**

معادله خط $\longrightarrow m = \frac{6-(-12)}{2/5-(-4/5)} = \frac{18}{3} = 6 \to y-6 = 6(x-2/5) \to y = 6x-9$

$6x-9 = \frac{a}{2x-1} \longrightarrow 12x^2 - 24x + 9 = a \to 12x^2 - 24x + 9 - a = 0 \xrightarrow{\Delta = 0}$ چون نقطه برخورد دارند.

$(-24)^2 - 4(12)(9-a) = 0 \longrightarrow 576 - 432 + 48a = 0 \to 48a = -144 \to a = -3$

$f(5) = \frac{-3}{2\times 5 - 1} = \frac{-3}{9} = \boxed{-\frac{1}{3}}$

**۴**

خط $y=2x+b$ در نقطه‌ای به طول ۱ از تابع $y=\frac{x+a}{ax+1}$ مماس است پس خط مماس این منحنی در $x=1$ برابر ۲ است.

$y' = \frac{1\times(ax+1) - a(x+a)}{(ax+1)^2} = \frac{ax+1-ax-a^2}{(ax+1)^2} = \frac{1-a^2}{(ax+1)^2}, \; y'(1) = \frac{1-a^2}{(a+1)^2} = 2 \to 2(a^2+2a+1) = 1-a^2$

$\to 2a^2 + 4a + 2 - 1 + a^2 = 0 \to 3a^2 + 4a + 1 = 0 \to (a+1)(3a+1) = 0 \to a=-1$ ✗ تابع ثابت می‌شود، $a = -\frac{1}{3}$ ✓

$y = \frac{x-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}x+1} = \frac{3x-1}{-x+3} \xrightarrow{x=1} y = \frac{3-1}{-1+3} = 1$

نقطه $A(1,1)$ روی خط هم قرار دارد $\to 1 = 2+b \to b = -1 \to a\mp b = -\frac{1}{3}+1 = \boxed{\frac{2}{3}}$

**۵**

$f(x) = g(x) \to \sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{3}{2}\sin x \to \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2}\cos x \to \sin x = \cos x$

$\to x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

نقطه مورد نظر $\left|\begin{matrix}\frac{\pi}{4}\\ \frac{3\sqrt{2}}{4}\end{matrix}\right.$

$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$d \to y - \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \xrightarrow[y=0]{\text{محل برخورد با محور}} -\frac{3\sqrt{2}}{\cancel{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\cancel{4}}(x-\frac{\pi}{4}) \longrightarrow -3 = x - \frac{\pi}{4}$

$\to x = \boxed{-3+\frac{\pi}{4}}$

برای پیدا کردن طول نقاط A و B مشتق f را برابر صفر قرار می‌دهیم

$f'(x)=6x^2-6x-12=0 \to x^2-x-2=0 \to x=-1 \ ,\ x=2$

جایگذاری در $f(x)$: $A(-1,8)$ , $B(2,-19) \to m_{AB}=\frac{-19-8}{2-(-1)}=-9$ → شیب خطی که از نقاط A و B عبور می‌کند ۶

نقاط مورد نظر باید دارای مشتق ۹- باشند تا شیب خط مماس بر آنها موازی با خط AB باشد.

$6x^2-6x-12=-9 \to 6x^2-6x-3=0 \xrightarrow{\Delta>0}$ ۲ جواب دارد

---

در ناحیه دوم $x<0$ , $y>0$

$y=kx^3+(k+1)x^2 \to y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2k+2=0$

$6kx=-2k-2$

$x=\frac{-(k+1)}{3k}<0 \to \frac{k+1}{3k}>0$ ②

$k\left(\frac{-(k+1)}{3k}\right)^3+(k+1)\left(\frac{-(k+1)}{3k}\right)^2>0$

$\frac{(k+1)^3}{-27k^2}+\frac{(k+1)^3}{9k^2}>0 \to \frac{-(k+1)^3+3(k+1)^3}{27k^2}>0$ ۷

$\to \frac{2(k+1)^3}{27k^2}>0$ ①

| | -1 | | 0 | |
|---|---|---|---|---|
| − | ○ | + | ∄ | + |

①∩②: $k\in(0,+\infty)$ به ازای هیچ مقدار صحیح و منفی

| | -1 | | 0 | |
|---|---|---|---|---|
| + | ○ | − | ∄ | + |

---

خط مماس بر منحنی در نقطه عطف از منحنی عبور کرده

نقطه عطف $A(-1,-4)$

$y=x^3+ax^2+bx-1$

$y'=3x^2+2ax+b$

$y''=6x+2a=0 \to 6x=-2a \to x=\frac{-a}{3}$

$-\frac{a}{3}=-1 \to a=3$ ۸

$y=x^3+ax^2+bx-1 \xrightarrow[y=-4]{x=-1} -4=(-1)^3+3(-1)^2+b(-1)-1 \to -1+3-b-1=-4$

$b=5$

$\frac{a}{b}=\frac{3}{5}=0/6$

---

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c \to f(0)=4=c$

$A(0,4)$ ماکسیمم نسبی است → $f'(0)=0$

$f'(x)=3x^2+2ax+b \to f'(0)=0=b$

$f(x)=x^3+ax^2+4 \to f'(x)=3x^2+2ax=x(3x+2a)$

طول نقطه مینیمم نسبی $=\frac{-2a}{3}=\frac{-2(-3)}{3}=2$

$f'(x)=0 \begin{cases} x=0 \\ 3x+2a=0 \to x=\frac{-2a}{3} \end{cases}$ → طول مینیمم نسبی → مقدار تابع صفر است

$f\left(-\frac{2a}{3}\right)=0 \to \left(-\frac{2a}{3}\right)^3+a\left(-\frac{2a}{3}\right)^2+4=0 \to -\frac{8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \to a^3=-27$

$\to a=-3$

---

$f(x)=x^4-6x^2+a \to f'(x)=4x^3-12x=0 \to x=0 \ ,\ x=\pm\sqrt{3}$

$4x(x^2-3)$

| x | | $-\sqrt{3}$ | | 0 | | $\sqrt{3}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | − | | + | | − | | + |
| y | ↘ | -4 | ↗ | | ↘ | -4 | ↗ |

$f''(x)=12x^2-12=0 \to x=\pm1 \to C\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix} \quad D\begin{vmatrix}-1\\0\end{vmatrix}$

$A\begin{vmatrix}-\sqrt{3}\\-4\end{vmatrix} \quad B\begin{vmatrix}\sqrt{3}\\-4\end{vmatrix}$ ۱۰

$m=0$

$m=0$

هر دو خط با هم موازی‌اند چون شیب برابر دارند و با هم زاویه‌ای نمی‌سازند.