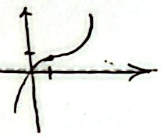
ماهان کیخی

۱) الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1 \Rightarrow$ رأس تابع = نقطه‌ی $(1,1)$

ب)



۲) الف) $y = \frac{-x^3+4}{x^2} = \frac{-x^3}{x} + \frac{4}{x^2} = -x + \frac{4}{x^2} \to y' = -1 - \frac{4\times 2x}{x^4} = -1 - \frac{8x}{x^4} = -1 - \frac{8}{x^3}$

$\to \frac{-x^3-8}{x^3} = y' \to$ $\begin{array}{c|ccc} & -2 & & 0 \\ \hline & - & + & - \end{array}$ $\Rightarrow$ نقطه‌ی … $= (-2, -1)$

ب) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \to y' = \frac{3x^2(x^2-1) - x^3(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} = 0$

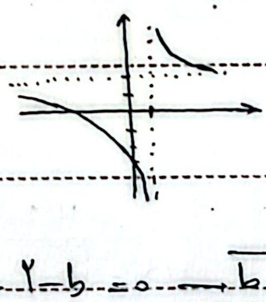
$\Rightarrow x^2(x^2-3) = 0 \to x = 0$ یا $+\sqrt{3}$ یا $-\sqrt{3} \Rightarrow$ نقاط بحرانی: $(0,0)$ ، $(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ ، $(-\sqrt{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$

۳) الف) $y = \frac{-x^2+2x+1}{x-1}$ $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \to y' = \frac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2} \to$ اکسترمم ندارد!

ب) $y = \frac{x^2-4x+3}{x-1}$ $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \to y = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)} = x - 3 \quad (x \neq 1)$ یک خط، نقطه‌ی اکسترمم ندارد!

۴) الف) مجانب قائم: $x = 1$ مجانب افقی: $y = 2$

ب)



۵) مرکز تقارن برخورد مجانب‌های تابع است

$x = 2 \to 2 - b = 0 \to b = 2$

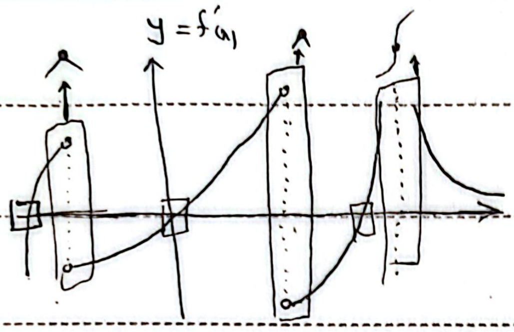
$y = 3 \to a = 3 \to y = \frac{3x+4}{x-2}$

ب) $y = \frac{ax+b}{cx+d} \to y^{-1} = \frac{-dx+b}{cx-a} \Rightarrow y = \frac{3x+4}{x-2} \Rightarrow y^{-1} = \frac{2x+4}{x-3}$

ماهان نجفی

⑥ محورهای تقارن از مرکز تقارن (محل تقاطع مجانب‌ها) می‌گذرند و دارای شیب ± 1 هستند

مجانب قائم: $x = 2$ مجانب افقی: $y = 3$ $\Longrightarrow S(2,3) \Longrightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ y = -x+5 \end{cases}$



⑦ ۶ نقطه بحرانی

⑧ تابع باید حتماً دارای ۲ ریشه باشد پس Δ آن بزرگتر از صفر است

$\Delta > 0 \longrightarrow a^2 - 8 > 0 \longrightarrow a^2 > 8 \longrightarrow \begin{cases} a > 2\sqrt{2} \\ a < -2\sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow \boxed{a \in (-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)}$

⑨ از تابع مشتق می‌گیریم و آن را تعیین علامت می‌کنیم:

$y = \dfrac{x^2+2}{x^2+x+2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2-2}{(x^2+x+2)} \longrightarrow$ $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$: $+ \; - \; +$ ↗ ↘ ↗

$y_{max} = \dfrac{4}{4+\sqrt{2}+2} = \dfrac{4}{6-\sqrt{2}}$ $y_{min} = \dfrac{4}{4+\sqrt{2}+2} = \dfrac{4}{6+\sqrt{2}}$

$y_{max} \cdot y_{min} = \dfrac{4}{6-\sqrt{2}} \times \dfrac{4}{6+\sqrt{2}} = \dfrac{16}{36-2} = \dfrac{16}{34} = \boxed{\dfrac{8}{17}}$

⑩ ابتدا ضابطه را می‌نویسیم:

$y = (x+2)(x-1) = x^2+x-2 \longrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$

$y = (x^2+x-2)^2 \xrightarrow{\text{[illegible]}}$ $y' = 2(2x+1)\underbrace{(x^2+x-2)}_{(x+2)(x-1)}$

-2, $-\frac{1}{2}$, 1: $- \; + \; - \; +$ ↘ ↗ ↘ ↗ $\boxed{x_{max} = -\frac{1}{2}}$ / $y = (x^2+x-2)^3 \longrightarrow 3(2x+1)(x^2+x-2)^2 = y'$

$\longrightarrow$ -2^*, $-\frac{1}{2}$, 1^*: $- \; - \; + \; +$ ↘ ↘ ↗ ↗ $\longrightarrow x_{min} = -\frac{1}{2} \longrightarrow$ $\boxed{\text{اختلاف} = 0}$ [illegible]