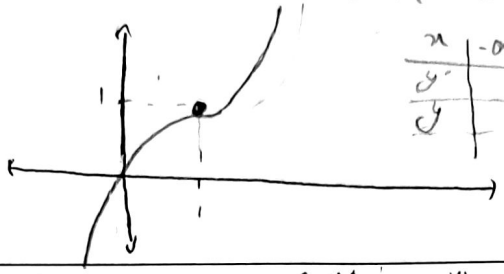
نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۹ کلاس .....

۱

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \longrightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = x^2 - 2x + 1$ ② $f'(a) = 0 \Rightarrow a = 1$

$f(x) = (x-1)^3 + 1$

$f(0) = 0$



x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y		↗		↗	

$f'(1) = 1$ ✓

x	1
نقطه بحرانی	

۲

الف) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$ ②

$y' = \frac{(-2x)(x^2-1) - (2x)(-x^2+3)}{x^2} = \frac{-3x^4 + 3x^2 + 2x^4 - 6x^2}{x^2} = \frac{-x^4 - 3x}{x^2}$

$= \frac{-x^3 - 3x}{x^2}$

$-x(x^2+3) = -x(x+2)(x^2-2x+3)$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	∄	$-$	
y		↘		↗		↘	

$x = -2$ نقطه مینیمم نسبی ✓

ب) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{x^2(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}{(x^2-1)^2}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	∄	$-$	0	$-$	∄	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↘		↘		↘		↗	

نقاط $x = \pm\sqrt{3}$ ✓

$x = -\sqrt{3}$ نقطه ماکزیمم نسبی

$x = \sqrt{3}$ نقطه مینیمم نسبی

۳

الف) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \Rightarrow y = \frac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)(1)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 6x + 4 - x^2 + 4x - 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2}$

$\frac{x-1}{x-1} = 1$ ✓ $y = x + 3$; $x \neq 1$

اکسترمم ندارد ✓

$y' = \frac{(-2x+4)(x-1) + x^2 - 4x + 3}{(x-1)^2} = \frac{-2x^2 + 6x - 4 + x^2 - 4x + 3}{(x-1)^2} = \frac{-x^2 + 2x - 1}{(x-1)^2}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	∄	$-$	
y		↘		↘	

اکسترمم ندارد ✓

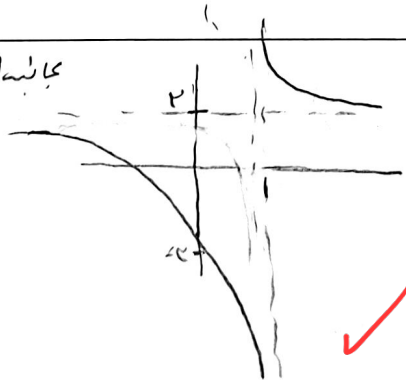
۴

از هر چهار ناحیه می‌گذرد

مجانب قائم: ریشه مخرج $= 1 \Rightarrow x = 1$

مجانب افقی: $y = \frac{a}{c} = \frac{2}{1} = 2$

مجانب افقی $y = 2$ مجانب قائم $x = 1$



۵

الف) $x = 2$ مجانب قائم تابع است.

$y = 3$ مجانب افقی تابع است، $b = 2$

$\frac{3x+4}{x-2}$ $a = 3$ $\Rightarrow \frac{a}{1} = 3$ ②

ب) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$

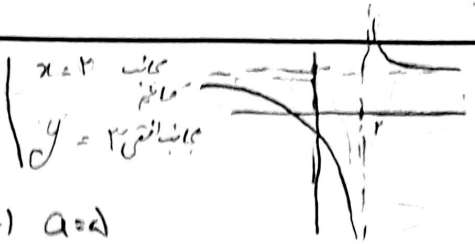
$y^{-1} = \frac{2x+4}{x-3}$

۶

$f(x) = \frac{x^2+1}{x-2}$

$x=2$ مجانب قائم

$y=2$ مجانب افقی



$(2,4]$ برد تابع

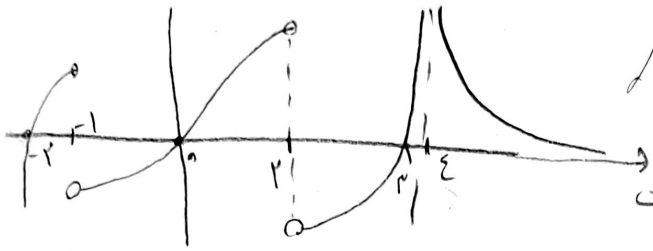
$-x+a$ ضابطه بازه $(-\infty,2)$ $\Rightarrow -2+a=2 \Rightarrow a=4$

$x+b$ ضابطه بازه $[2,+\infty)$ $\Rightarrow 2+b=2 \Rightarrow b=1$

$\frac{-x+4}{x+1}$ ضابطه تابع

۲ ✓

۷



$f'=0$ در $x=0, 2, 4$

f' در $(-\infty,-1)$ و $(0,2)$ و $(4,+\infty)$ <0 و در $(-1,0)$ و $(2,4)$ >0 $\Rightarrow$ صعودی

۲ نقطه ✓

۲ ✓

۸

تابع باید دو ریشه داشته باشد تا بتوان علامت آن را بررسی کرد ~~نمی‌شود~~

$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 8 > 0 \Rightarrow a > 2\sqrt{2}$ یا $a < -2\sqrt{2}$

۲ ✓

۹

$f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2x & x^2+1 & 4x^3+2x \end{vmatrix}}{(x^2+1)^2} = \frac{4x^3-4x}{(x^2+1)^2} = \frac{4x(x^2-1)}{(x^2+1)^2} = \frac{4x(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
f'	$-$	$+$	0	$-$	$+$
f	↓	↑	۰	↓	↑

$f(\sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$f(-\sqrt{2}) = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{-2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{16}{12} = \frac{8}{6}$ ✓

۲

۱۰

$f(x) = m(x-1)(x+2) \Rightarrow m=1,\ a=-2,\ b=2$ $\quad g = (x^2+x-2)^2$ $\quad g' = 2(x^2+x-2)(2x+1)$

$g(x) = f^2(x) \Rightarrow g'(x) = 2f(x) \times f'(x) = 2(x^2+x-2)^2(2x+1)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
g'	$-$	$-$	$+$	$+$	
g	↓	↓	↑	↑	

$-\frac{1}{2}$ ـ طول مینیمم

x	-2	$\frac{-1}{2}$	1
y'	$-$	$+$	$-$
y	↓	↑	↓

$-\frac{1}{2}$ ـ طول ماکزیمم

$-\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ ✓

۲