نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۸ کلاس .....

۱

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \longrightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = x^2 - 2x + 1$ $\quad f'(a) = 0 \Rightarrow a = 1$

$f(x) = (x-1)^3 + 1$

$f(0) = 0$

$f'(1) = 0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y		↗		↗	

$A\left|\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right.$ نقطه بحرانی

۲

الف) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\nexists$	$-$	0	$-$	$\nexists$	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↘		↘		↘		↗	

نقطه $A\left|\begin{matrix}\sqrt{3}\\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\end{matrix}\right.$ نقطه $B\left|\begin{matrix}-\sqrt{3}\\ -\frac{3\sqrt{3}}{2}\end{matrix}\right.$

ب) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2}$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↘		↗		↗	

$A\left|\begin{matrix}-2\\ 4\end{matrix}\right.$ نقطه بحرانی

$y = \frac{-x^3 - 1x}{3x} = \frac{-x(x^2+7)}{3x} = \frac{(x+2)(x^2-2x+3)}{3x}$

۳

الف) $y = \frac{x^2-4x+3}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)(1)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-6x+4-x^2+4x-3}{(x-1)^2}$

$= \frac{x^2-2x+1}{(x-1)^2}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\nexists$	$+$	
y		↗		↗	

اکسترمم ندارد

$\frac{x^2-4x+3}{x-1} = y \Rightarrow y = x-3$ ، $x \neq 1$

$\frac{1-x}{x-1} = -1$ ✓

۴

از هر چهار ناحیه می‌گذرد

مجانب قائم = ریشه مخرج $= x = 1$

مجانب افقی $= \frac{a}{c} = y = 2$

۵

الف) $x = 2$ مجانب قائم تابع است.

$y = 3$ ، $b = 2$ مجانب افقی تابع است

$\frac{3x+4}{x-2}$ $\quad a = 3 \Rightarrow \frac{a}{1} = 3$

ب) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}^{-1}$

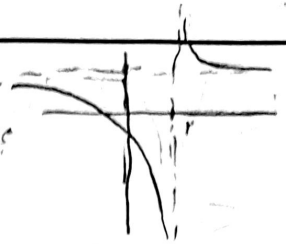
$y^{-1} = \frac{2x+4}{x-3}$

۶

$f(x) = \frac{ax+1}{x-2}$

مجانب قائم: $x=2$

مجانب افقی: $y=3$



مرکز تقارن $(2,3)$

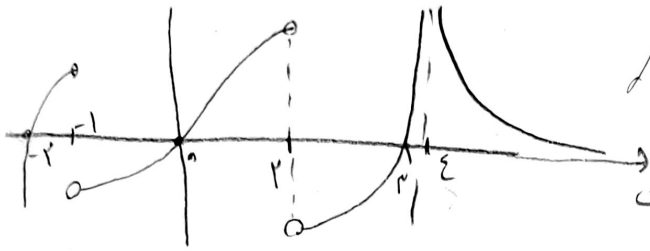
خط مماس: $-x+a$ $\Rightarrow$ $-1+a=3 \Rightarrow a=4$

$x+b$ $\Rightarrow$ $2+b=3 \Rightarrow b=1$

خط b: $-x+4$

تقارن: $x+1$

۷



f' صعودی $\Rightarrow$ $f'' > 0$ در $(3,4)$

f' نزولی $\Rightarrow$ $f'' < 0$ در $(-1,2)$ و $(4,\infty)$

۲ نقطه

۸

تابع باید دو ریشه داشته باشد تا بتوان علامت گذاشت

$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 8 > 0 \Rightarrow a > 2\sqrt{2}$ یا $a < -2\sqrt{2}$

۹

$f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2x \\ 1 & 1 & 2x+4 \\ 1 & 1 & x^2+1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2x \\ 1 & 1 & 2x+4 \\ 1 & 1 & x^2+1 \end{vmatrix}}{(x^2+4x+5)^2} = \frac{-4x^2+4}{(x^2+4x+5)^2} = \frac{(2-x)(2+x)}{(x^2+4x+5)^2}$

x	$-\infty$	-2	$+2$	$+\infty$
	+	−	+	
	↗	↘	↗	

$f(\sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{2}+3}{3}$

$f(-2) = \frac{-2+3}{3}$

$\Rightarrow \frac{2\sqrt{2}+3}{3} - \frac{-2+3}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$

۱۰

$f(x) = m(x-1)(x+2) \Rightarrow m=1,\ a=-2,\ b=2$

$g = (x^2-x-2)^2$

$g' = 2(x^2+x-2)(2x+1)$

$g(x) = f^m(x) \Rightarrow g'(x) = 2f^{m-1}(x) \times f'(x) = 2(x^2+x-2)(2x+1)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'	−	−	+	+	
y	↘	↘	↗	↗	

مینیمم نسبی $-\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

x	-2	$-\frac{1}{2}$	1
y'	−	+	−
y	↘	↗	↘

طول تابعیتی $-\frac{1}{2}$