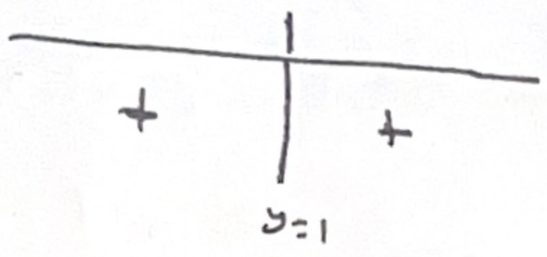
فردیا برادی — صفحه ۵۸ — شماره تکلیف ۲۸

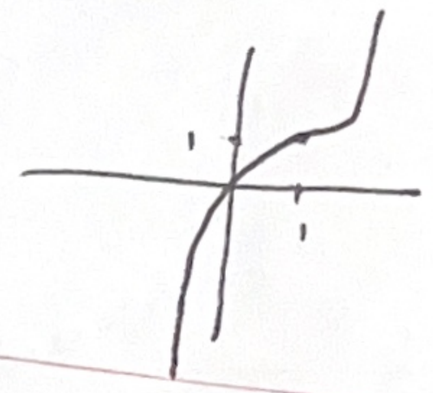
۱- $y' = 3x^2 - 6x + 3$ (تقاطع مجانبی)

$y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ و $y = 1$

الف) $x = 1$ و $y = 1$ یک نقطه مجانبی



ب)



۲- $y = \frac{(3x^2)(x^2) - (x^3+2)(2x)}{x^4} = \frac{3x^4 - 2x^4 - 4x}{x^4} = \frac{x^4 - 4x}{x^4}$

$\frac{x^4 - 4x}{x^4} = 0 \Rightarrow x^4 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 4) = 0$

$x = 0$ (غیرقابل قبول، در دامنه نیست) ، $x = \sqrt[3]{4}$ (قابل قبول)

نقطه مجانبی: $\left| \begin{matrix} -2 \\ 3 \end{matrix} \right.$ ، $\left| \begin{matrix} \sqrt[3]{4} \\ \frac{3\sqrt[3]{4}}{2} \end{matrix} \right.$ ، $\left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$

ب) $y' = \frac{3x^2(x^2-1) - x^3(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} = 0 \Rightarrow x = 0$ ، $x = \pm\sqrt{3}$

$x = \pm 1$ تعریف نشده

نقاط مجانبی: $\left| \begin{matrix} -\sqrt{3} \\ \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{matrix} \right.$ و $\left| \begin{matrix} \sqrt{3} \\ \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{matrix} \right.$ و $\left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$

الف) $y' = \frac{-x^2 + 2x - 3}{(x-1)^2} = \frac{-(x^2 - 2x + 3)}{(x-1)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow$ ریشه ندارد.

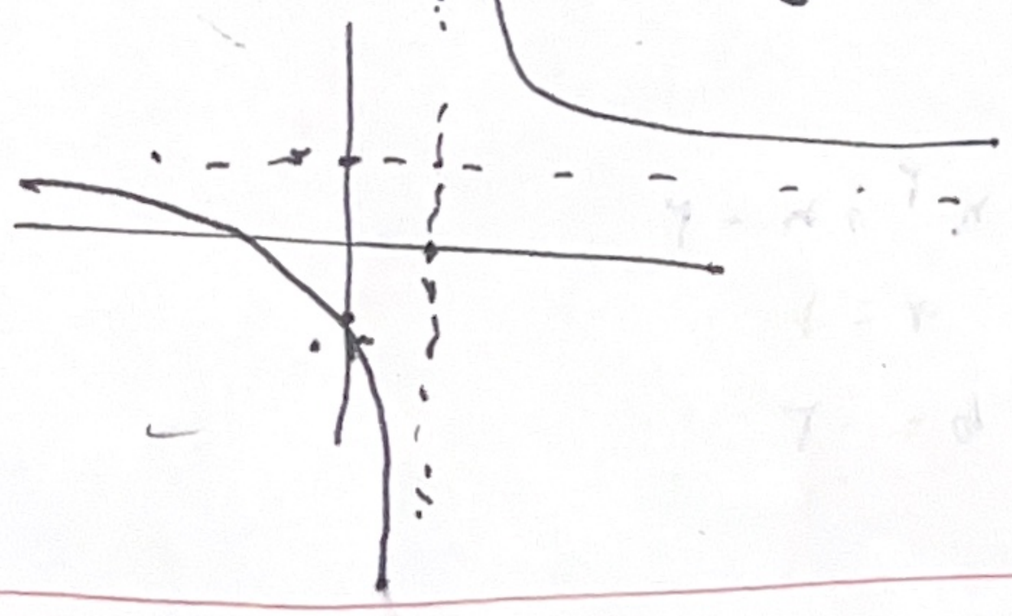
۲- $\min$ و $\max$ ندارد

ب) $y' = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2} = 1$ ⟸ تابع خطی $y = x$ داریم

۳- $x = 1$: مجانب قائم و $y = 2$: مجانب افقی

الف: مجانب عمودی :

ب:



از تمام ۴ ناحیه عبور می‌کند

ب-

الف) $a = 2$ ، $b = 3$

ب) $f'(x) = \frac{2x + 4}{x - 3}$

۶-

$y - 2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2} + 2$

$2 + 2\sqrt{2} - x^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2} + 2 \Rightarrow x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x - 3\sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{2}$ یا $x = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$y = -\sqrt{2}(-\frac{3\sqrt{2}}{2} - 2) + 2 = 5$

مرکز تقارن : $(2, 3)$

۷- نقطه‌ی بحرانی

۸- $a^2 - 8 > 0 \Rightarrow a^2 > 8$ (دو ریشه داشته باشد $x^2 - ax + 2$)

$a > 2\sqrt{2}$ یا $a < -2\sqrt{2}$

۹-

$-\sqrt{2}$	$\frac{3\sqrt{2}+3}{4}$	$2\sqrt{2}+2$
−	+	−

$y' = \frac{2(2+3x+x^2)}{(2-x^2)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{-\sqrt{2}-3}{-\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}+3}{2} = \frac{-4-3\sqrt{2}}{-2} = \frac{2\sqrt{2}+3}{2}$

۱۰- $y' = 2(x^2+2x-2)(2x+1) = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$ یا $x = -\frac{1}{2}$

-2	$-1-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-1+\sqrt{3}$	1
+	−	+	−	+

$x = -1-\sqrt{3}$: ماکسیمم نسبی

$x = -1+\sqrt{3}$: مینیمم نسبی

$y' = 2(x^2+2x-2)(2x+1) = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$ یا $x = -\frac{1}{2}$

-2	$-1-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-1+\sqrt{3}$	1
+	−	+	−	+

$x = -1-\sqrt{3}$: ماکسیمم نسبی

$x = -1+\sqrt{3}$: مینیمم نسبی

$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 0$

$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$

$a = 1$

$b = -2$