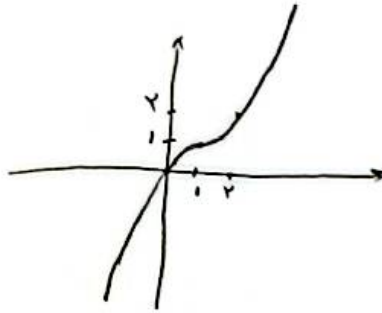


$$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2$$

| | | | |
|------|---|---|---|
| y' | + | 0 | + |
| y | ↗ | ↑ | ↗ |



۱

الف) $y' = \frac{-3x^2 \times x^2 - (-x^3)(2x)}{x^4} = \frac{-x^4}{x^4}$

نقطه بحرانی $\rightarrow x=0$

ب) $y' = \frac{3x^2 \times (x^2-1) - x^4 \times 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2}$

نقطه بحرانی $\rightarrow x = \{0, \pm\sqrt{3}, \pm 1\}$

۲

الف) $y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2}$

| | | | |
|------|---|---|---|
| y' | - | 0 | - |
| y | ↘ | ↓ | ↘ |

اکسترم ندارد

ب) $\frac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x+1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2}$

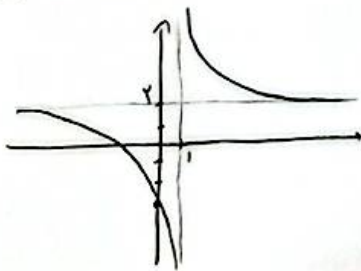
| | | | |
|------|---|---|---|
| y' | + | 0 | + |
| y | ↗ | ↑ | ↗ |

اکسترم ندارد

۳

الف) $x=1 \rightarrow$ مینیمم $y=2$ $y=2 \rightarrow$ مینیمم افقی

ب)



سگورا از هر ۴ ناص

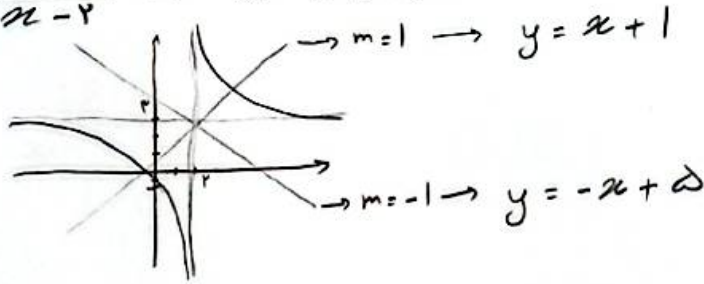
۴

الف) $x=b=x_{شکل} = 2$ $y=a=y_{شکل} = 3$ \rightarrow مینیمم افقی

ب) $f(x) = \frac{2x+4}{x-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-3}$

۵

$$y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow \text{مرکز } (2, 3)$$

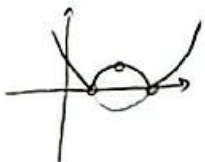


۶

$f'(x) \rightarrow$ در ۳ نقطه برابر با صفر
 \rightarrow در ۳ نقطه تعریف نشده } \rightarrow ۶ نقطه بحرانی

۷

$$\Delta > 0 \rightarrow a^2 - 1 > 0 \rightarrow a^2 > 1$$



$$a \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$$

۸

$$g' = \frac{2x(x^2+x+2) - (x^2+2)(2x+1)}{(x^2+x+2)^2} = \frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}$$

| | | | |
|------|------------------------|------------------------|------------|
| | $-\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ | |
| g' | + | - | + |
| g | \nearrow | \searrow | \nearrow |
| | $\frac{4}{4-\sqrt{2}}$ | $\frac{4}{4+\sqrt{2}}$ | |

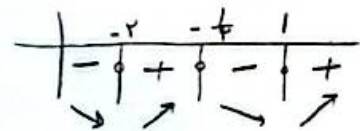
$$y_{\max} \times y_{\min} = \frac{4}{4-\sqrt{2}} \times \frac{4}{4+\sqrt{2}} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

۹

$$y = x^2 + ax + b = (x+2)(x-1) = x^2 + x - 2$$

$$g(x) = (x^2+x-2)^2 \rightarrow g'(x) = 2(x^2+x-2)(2x+1)$$

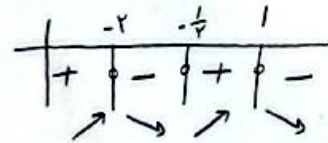
$$\max(-\frac{1}{4}, \frac{11}{14})$$



$$h(x) = (x^2+x-2)^3 \rightarrow h'(x) = 3(x^2+x-2)^2(2x+1)$$

$$\min(-\frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{29}}{4})$$

$$\frac{11}{14} - (-\frac{\sqrt{29}}{4}) = \frac{10\sqrt{29}}{44}$$



۱۰