نام و نام خانوادگی: حسام رفیع‌زاده

۱۹٫۷۵

مقطع: دوازدهم پسر A

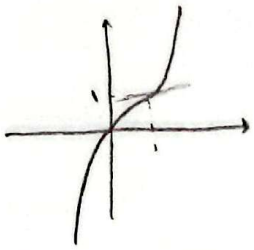
شماره تکلین = ۲۸

۱-

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \xrightarrow{(\,)'} f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 \overset{=0}{\longrightarrow} 3x^2 - 6x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{روش روسی}} (x-3)^2 = 0$

$\longrightarrow x_0 = 3 \xrightarrow{\div 3} x_0 = 1$

| | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | |



یک نقطه‌ی بران در $(1,1)$ ✓ (۲)

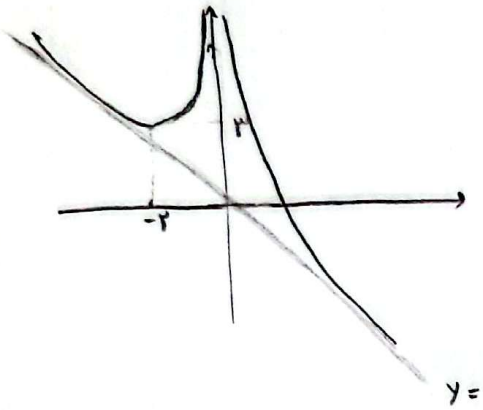
۲-

الف) $y = \dfrac{-x^3+4}{x^2} \xrightarrow{(\,)'} y' = \dfrac{-3x^2(x^2) - 2x(-x^3+4)}{x^4} = \dfrac{-x^4 - 8x}{x^4} = \dfrac{-x(x+2)(x^2+4-2x)}{x^4 \cdot x^3}$

$y'=0 \longrightarrow \dfrac{-(x+2)(x^2+4-2x)}{x^3} = 0 \longrightarrow x = -2$ ، $x = 0$ مجانب قائم

| | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $-$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | ‖ | $\searrow$ | |

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-x^3+4}{x^2} = -x$ مجانب مایل تابع



نقاط بران: $x=-2$ ✓

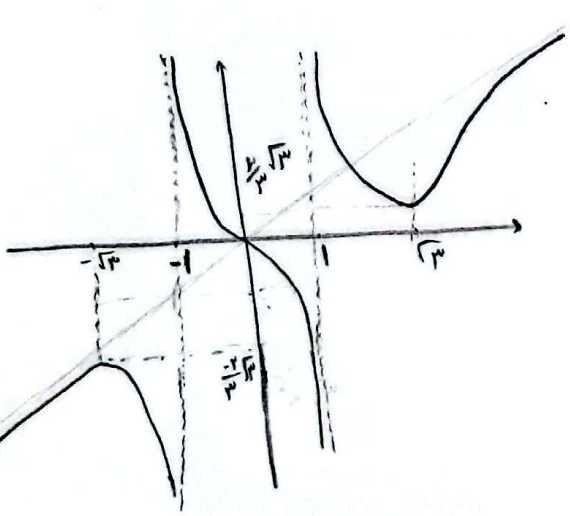
(۲)

ب) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1} \xrightarrow{(\,)'} y' = \dfrac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \dfrac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \dfrac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

$y'=0 \longrightarrow x = 0$ ، $x = \pm\sqrt{3}$ ، $x = \pm 1$ مجانب قائم

| | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | ‖ | $\searrow$ | | $\searrow$ | ‖ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3}{x^2-1} = x$ مجانب مایل



نقاط بران تابع: $x = -\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$ ✓

Scanned with CamScanner

۳-

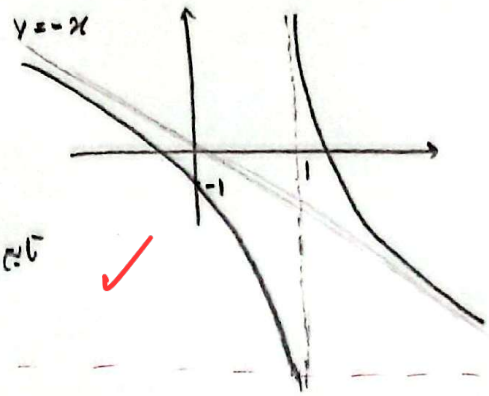
الف) $y = \frac{-x^2 + 4x + 1}{x - 1} \xrightarrow{(\ )'} y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-x^2 + 2x - 5}{(x-1)^2}$

$y' = 0 \rightarrow x = 1$ مجانب قائم

| | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | − | ‖ | − | |
| $y$ | | ↘ | ‖ | ↘ | |

$\lim_{x \to \infty} \frac{-x^2+4x+1}{x-1} = -x$ مجانب مایل

تابع فاقد نقطه‌ی اکسترمم



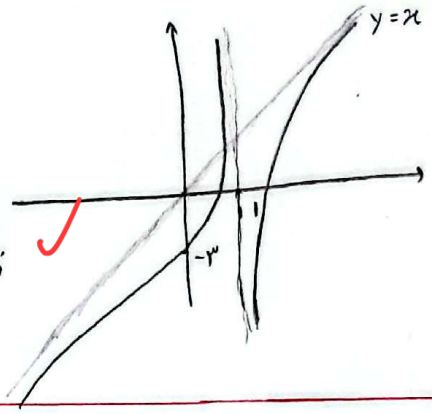

✓ ۲

ب) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \xrightarrow{(\ )'} y' = \frac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2} = 1$ همواره مثبت

$x = 1$ مجانب قائم

| | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | + | ‖ | + | |
| $y$ | | ↗ | ‖ | ↗ | |

$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2-4x+3}{x-1} = x$ مجانب مایل




فاقد اکسترمم ✓

---

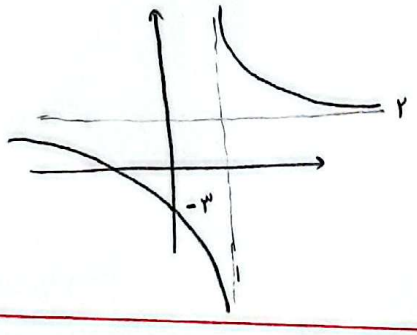
۴-

$y = \frac{2x + 3}{x - 1}$

الف) مجانب‌ها را مشخص کنید: $\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$ دو مجانب ✓ ۲

ب) از تمام نواحی می‌گذرد. ✓

$y' = \frac{-5}{(x-1)^2}$ → همواره منفی




---

۵- $(3, 2)$ مرکز تقارن تابع = $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ مجانب‌های تابع (از نوشتن به فرم $\begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases}$ منظورم برخورد صفحه‌ها نیست!!)

الف)

$y = \frac{ax + 4}{x - b} \rightarrow \begin{cases} \frac{a}{1} = 3 \rightarrow a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$

✓ ۲

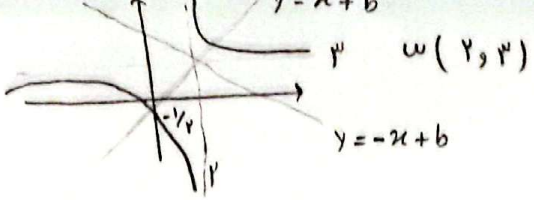
ب) $y = \frac{3x + 4}{x - 2} \rightarrow yx - 2y = 3x + 4 \rightarrow yx - 3x = 2y + 4 \rightarrow x = \frac{2y + 4}{y - 3}$

$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x + 4}{x - 3}$

Scanned with CamScanner

۶-

$y = \frac{۳x+۱}{x-۲}$



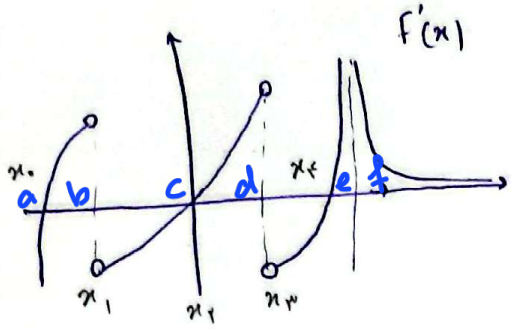

۲

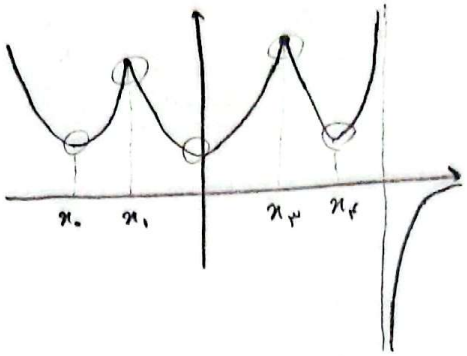
$y = x + b \xrightarrow{(۲,۳)} ۳ = ۲ + b \Rightarrow b = ۱ \rightarrow y = x + ۱$

$y = -x + b \xrightarrow{(۲,۳)} ۳ = -۲ + b \rightarrow b = ۵ \rightarrow y = -x + ۵$

---

۷-




۴ نقطه
~~۳~~ نقطه‌ی بحرانی

۱,۷۵

---

۸- تابع بی ریشه : یک بحرانی

تابع یک ریشه : یک نقطه‌ی بحرانی

تابع دو ریشه : ۳ نقطه‌ی بحرانی

$y = |x^۲ - ax + ۲| \xrightarrow{\text{از توضیحات}} \Delta > ۰ \rightarrow a^۲ - ۸ > ۰ \rightarrow a^۲ > ۸$

$\rightarrow a > ۲\sqrt{۲}$ یا $a < -۲\sqrt{۲} \rightarrow a: (-\infty, -۲\sqrt{۲}) \cup (۲\sqrt{۲}, +\infty)$

۲

---

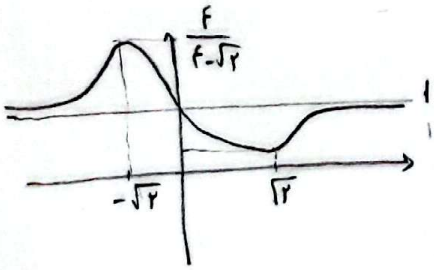
۹-

$y = \frac{x^۲+۲}{x^۲+x+۲} \xrightarrow{(۱)'} \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۲ \\ ۱ & ۱ & ۲ \end{bmatrix} \rightarrow \frac{x^۲-۲}{(x^۲+x+۲)^۲} \xrightarrow{(۱)'=۰} x = \pm\sqrt{۲}$

$ab' \neq b'a'$ ← مقدار (ext) min, max دارد.

| | $-\infty$ | $-\sqrt{۲}$ | | $\sqrt{۲}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | + | | − | | + |
| | ↗ | | ↘ | | ↗ |
| | | $\frac{۴}{۴-۲\sqrt{۲}}$ | | $\frac{۴}{۴+۲\sqrt{۲}}$ | |

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^۲+۲}{x^۲+x+۲} = ۱$ ← مجانب افقی

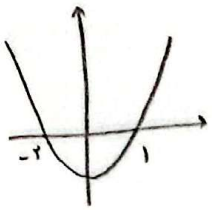



با توجه به نمودار

$\max \times \min = \frac{۴}{۴-۲\sqrt{۲}} \times \frac{۴}{۴+۲\sqrt{۲}} = \frac{۱۶}{۱۶-۸} = \frac{۱۶}{۸}$

۲

Scanned with CamScanner




$y = (x - x_1)(x - x_2) \rightarrow y = (x+2)(x-1)$

$\rightarrow y = x^2 + x - 2 \longrightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ b = -2 \end{matrix}$

$y = (x^2+x-2)^2 \xrightarrow{()'} y' = 2(x^2+x-2)(2x+1)$

$x = -2$, $x = 1$, $-\frac{1}{2}$

| $-\infty$ | $-2$ | $-\frac{1}{2}$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $-$ | $+$ | $-$ | $+$ | |
| ↘ | ↗ | ↘ | ↗ | |

max

(۲)

$y = (x^2+x-2)^3 \xrightarrow{(\,)'} 3(x^2+x-2)^2 \times (2x+1)$

$x = -2$, $x = 1$, $-\frac{1}{2}$

| $-\infty$ | $-2$ | $-\frac{1}{2}$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $-$ | $-$ | $+$ | $+$ | |
| ↘ | ↘ | ↗ | ↗ | |

min

✓

(۲)-①

→ اختلاف طول : $\max - \min = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

Scanned with CamScanner