«به نام خدا»

نام و نام خانوادگی: حسام رفیع‌زاده

مقطع: دوازدهم پسر A

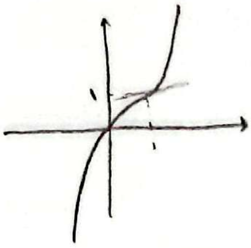
شماره تکلیف = ۲۸

۱-

$$f(x)=x^3-3x^2+3x \xrightarrow{()'} f'(x)=3x^2-6x+3 \xrightarrow{=0} 3x^2-6x+3=0 \xrightarrow{\text{روش روسی}} (x-3)^2=0$$

$$\rightarrow x_0=3 \xrightarrow{\div 3} x_0=1$$

	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+	0	+	
y		↗	1	↗	



یک نقطه‌ی بحرانی در (۱و۱)

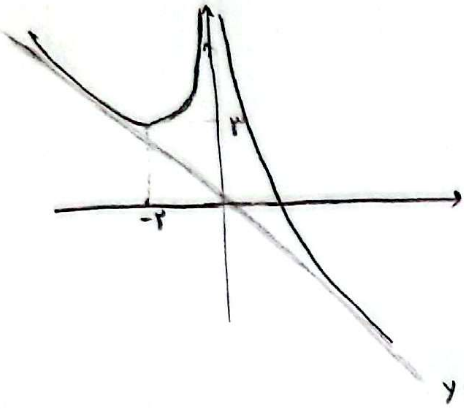
۲-

الف)
$$y=\frac{-x^3+4}{x^2} \xrightarrow{()'} y'=\frac{-3x^2(x^2)-2x(-x^3+4)}{x^4}=\frac{-x^4-8x}{x^4}=\frac{-\cancel{x}(x+2)(x^2+4-2x)}{\overset{x^4}{x^3}}$$

$$\xrightarrow{y'=0} \frac{-(x+2)(x^2+4-2x)}{x^3}=0 \rightarrow x=-2 \quad \underset{\text{مجانب قائم}}{x=0}$$

$-\infty$		-2		0		$+\infty$
	$-$	0	$+$	‖	$-$	
	↘	3	↗	‖	↘	

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-x^3+4}{x^2}=-x$$
مجانب مایل تابع



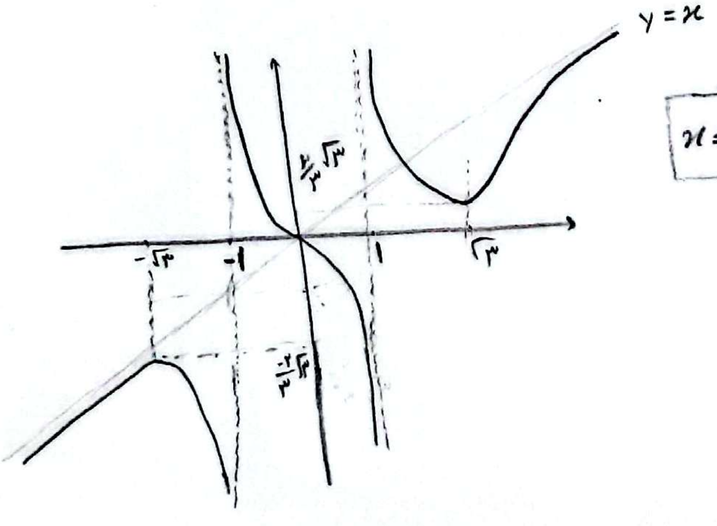
نقاط بحرانی $\boxed{x=-2}$

ب)
$$y=\frac{x^3}{x^2-1} \xrightarrow{()'} y'=\frac{3x^2(x^2-1)-2x(x^3)}{(x^2-1)^2}=\frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}=\frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$$

$$\xrightarrow{y'=0} x=0,\ x=\pm\sqrt{3},\ \underset{\text{مجانب قائم}}{x=\pm 1}$$

	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$	
y'		+		$-$	‖	$-$		$-$	‖	$-$		+
y		↗		↘	‖	↘		↘	‖	↘		↗

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^2-1}=x$$
مجانب مایل



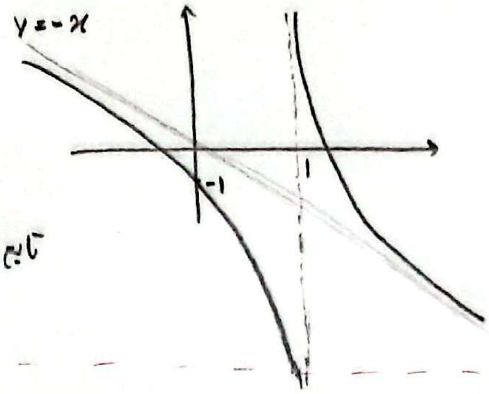
$\boxed{x=-\sqrt{3},\ 0,\ \sqrt{3}}$ نقاط بحرانی تابع:

-۳

الف) $y=\frac{-x^۲+۴x+۱}{x-۱} \xrightarrow{()'} y'=\frac{(-۲x+۴)(x-۱)-(-x^۲+۴x+۱)}{(x-۱)^۲}=\frac{-x^۲+۲x-۵}{(x-۱)^۲}$

$y'=۰ \to x=۱$ مجانب قائم

	$-\infty$	۱	$+\infty$
y'	$-$	‖	$-$
y	↘	‖	↘



$\lim_{x\to\infty}\frac{-x^۲+۴x+۱}{x-۱}=-x$ مجانب مایل

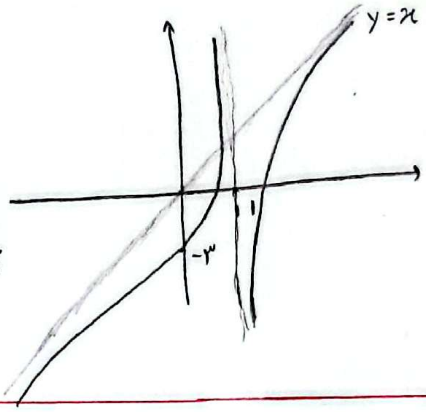
تابع فاقد نقطه‌ی اکسترمم

ب) $y=\frac{x^۲-۴x+۳}{x-۱} \xrightarrow{()'} y'=\frac{(۲x-۴)(x-۱)-(x^۲-۴x+۳)}{(x-۱)^۲}=\frac{(x-۱)^۲}{(x-۱)^۲}=۱$ همواره مثبت $\to$ اما $x=۱$ مجانب قائم

	$-\infty$	۱	$+\infty$
	$+$	‖	$+$
	↗	‖	↗

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^۲-۴x+۳}{x-۱}=x$ مجانب مایل

فاقد اکسترمم

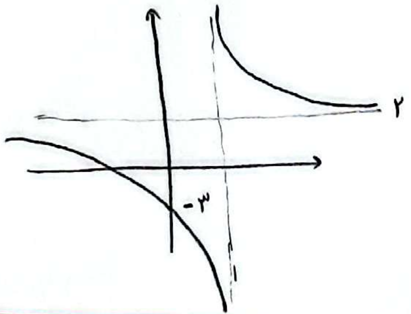


-۴

$y=\frac{۲x+۳}{x-۱}$

الف) مجانب‌ها را مشخص کنید: $\begin{cases} y=۲ \\ x=۱ \end{cases}$ دو مجانب

$y'=\frac{-۵}{(x-۱)^۲} \to$ همواره منفی



ب) از تمام نواحی می‌گذرد.

-۵ (۲و۳) مرکز تقارن تابع = $\begin{cases} x=۲ \\ y=۳ \end{cases}$ مجانب های تابع (از نوشتن به فرم $\begin{cases} y=\square \\ x=\square \end{cases}$ منظورم برخورد صفحه‌ها نیست!!)

الف) $y=\frac{ax+۴}{x-b} \to \frac{a}{۱}=۳ \to \boxed{a=۳}$

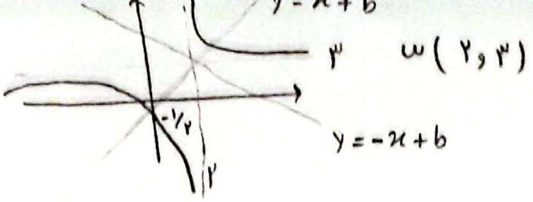
$\boxed{b=۲}$

ب) $y=\frac{۳x+۴}{x-۲} \to yx-۲y=۳x+۴ \to yx-۳x=۲y+۴ \to x=\frac{۲y+۴}{y-۳}$

$\to f^{-1}(x)=\frac{۲x+۴}{x-۳}$

-۶

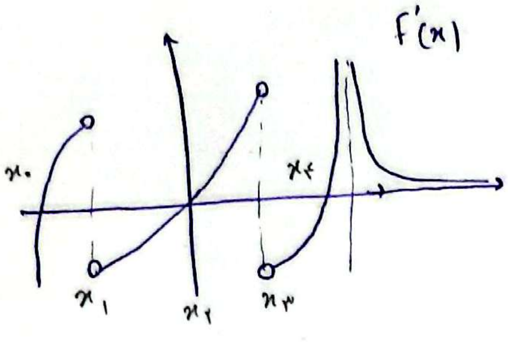
$y = \frac{3x+1}{x-2}$

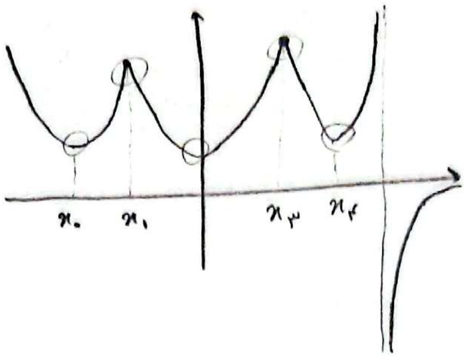


$y = x + b \xrightarrow{(2,3)} 3 = 2 + b \Rightarrow \boxed{b = 1} \to \boxed{y = x + 1}$

$y = -x + b \xrightarrow{(2,3)} 3 = -2 + b \to \boxed{b = 5}\ \boxed{y = -x + 5}$

-۷



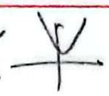


۵ نقطه‌ی بحرانی

-۸

$y = |x^2 - ax + 2| \xrightarrow{\text{از توضیحات}} \Delta > 0 \to a^2 - 8 > 0 \to a^2 > 8$

$\to a > 2\sqrt{2}$ یا $a < -2\sqrt{2}$ $\to a: (-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

تابع بی ریشه:

یک بحرانی

تابع یک ریشه:

یک نقطه‌ی بحرانی

تابع دو ریشه:

۳ نقطه‌ی بحرانی

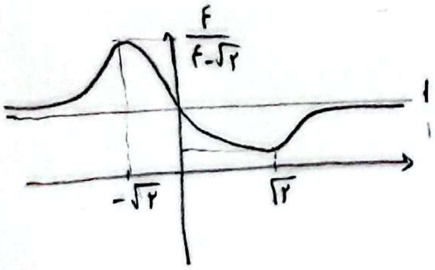
-۹

$y = \frac{x^2+2}{x^2+x+2} \xrightarrow{y'} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \to \frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2} \xrightarrow{y'=0} x = \pm\sqrt{2}$

$ab' \neq b'a'$ → مقدار (ext) min, max در h.p می‌گذاریم.

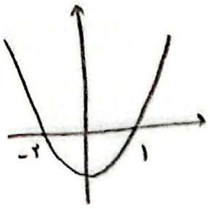
	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
		+		−		+	
		↗		↘		↗	
			$\frac{4}{4-\sqrt{2}}$		$\frac{4}{4+\sqrt{2}}$		

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^2+x+2} = \boxed{1}$ مجانب افقی



$\xrightarrow{}$ با توجه به نمودار $\max \times \min = \frac{4}{4-\sqrt{2}} \times \frac{4}{4+\sqrt{2}} = \frac{16}{\underset{14}{16-2}} = \boxed{\frac{8}{7}}$

۱۰-



$$y = (x - x_۱)(x - x_۲) \rightarrow y = (x + ۲)(x - ۱)$$

$$\rightarrow y = x^۲ + x - ۲ \rightarrow \begin{matrix} a = ۱ \\ b = -۲ \end{matrix}$$

$$y = (x^۲ + x - ۲)^۲ \xrightarrow{()'} y' = ۲(\underbrace{x^۲ + x - ۲}_{\substack{x = -۲ \\ x = ۱}})(\underbrace{۲x + ۱}_{\frac{-۱}{۲}})$$

$-\infty$		-۲		$-۱/۲$		۱		$+\infty$
	−		+		−		+	
	↘		↗		↘		↗	
				max				

$$y = (x^۲ + x - ۲)^۳ \xrightarrow{()'} ۳(\underbrace{x^۲ + x - ۲}_{\substack{x = -۲ \\ x = ۱}})^۲ \times (\underbrace{۲x + ۱}_{-۱/۲})$$

$-\infty$		-۲		$-۱/۲$		۱		$+\infty$
	−		−		+		+	
	↘		↘		↗		↗	
				min				

②-①

→ اختلاف طول : $max - min = \frac{-۱}{۲} - (\frac{-۱}{۲}) = \boxed{۰}$