۱۹٫۷۵

درهام شریعتی

①

$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-1} \to yx-y=x^۲+x+۲ \to x^۲+x(1-y)+y+۲=۰ \to x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}$

$x=\frac{y-1\pm\sqrt{(1-y)^۲-۴(y+۲)}}{۲} \to \Delta\geq۰ \to (1-y)^۲-۴(y+۲)\geq۰ \to y^۲-۶y-۷\geq۰$

$\to (y-۷)(y+1)\geq۰$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & ۷ & \\ + & \circ & - & \circ & + \\ ق & ق & & ق & ق \end{array}$ $\to R_f=(-\infty,-1]\cup[۷,\infty)$ ✓

②

$y=۲x^۲-۵x+1$ $a>۰ \to$ سهمی رو به بالا $R_f=[-\frac{۱۷}{۸},\infty)$ ✓

$x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۴} \to y_s=۲\times\frac{۲۵}{۱۶}-۵\times\frac{۵}{۴}+1=-\frac{۱۷}{۸}$

$y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵} \to$ $a<۰$ سهمی رو به پایین $\to$ max دارد

$x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۶}{-۲}=۳$, $y_s=۴$ $\Big\} \to \sqrt{(-\infty,۴]}=[۰,۲]$ ✓

②

$y=\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+1}$ برد توابع چندجمله‌ای از مرتبه فرد $=\mathbb{R}$ $\leadsto \sqrt{\mathbb{R}}=[۰,\infty) \to R_f=[۰,\infty)$ ✓

$\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴)$ برد توابع چندجمله‌ای از مرتبه فرد $=\mathbb{R}$ $\leadsto \log(۰,\infty)=\mathbb{R} \leadsto R_f=\mathbb{R}$ ✓

③

$y=\frac{۳x+1}{۲x-۶} \to R_f=\mathbb{R}-\{\frac{۳}{۲}\}$ ✓

در توابع هموگرافیک $\to R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$ ✓

②

$y=\sqrt{\frac{۴x+1}{x-۲}} \leadsto R_f=\sqrt{\mathbb{R}-\{۴\}}=[۰,\infty)-\{۲\}$ ✓

$y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}} \to \sqrt{x^۲+۳}+\frac{1}{\sqrt{x^۲+۳}} \to$ کمترین مقدار $\sqrt{x^۲+۳} \to \sqrt{۰+۳}=\sqrt{۳}$

$\sqrt{۳}+\frac{1}{\sqrt{۳}}=\frac{۴}{\sqrt{۳}} \Rightarrow R_f=[\frac{۴\sqrt{۳}}{۳},\infty)$ ✓

چون $\sqrt{x^۲+۳}\neq1$ است پس کمترین مقدار آن را محاسبه می‌کنیم

$y=x^۲+\frac{1}{x^۲+۴} \to x^۲+۴+\frac{1}{x^۲+۴}-۴ \to$ کمترین مقدار $x^۲+۴ \to ۰^۲+۴=۴$

$۴+\frac{1}{۴}=\frac{۱۷}{۴}$ ✓

چون $x^۲+۴\neq1$ است پس کمترین مقدار آن را محاسبه می‌کنیم

از min ۴ تا کم می‌شود: $\frac{۱۷}{۴}-۴=\frac{1}{۴}$

$R_f=[\frac{1}{۴},\infty)$

پرهام شریعتی

ج ۲

$y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱}\xrightarrow{\text{① ر}} yx^۲-y=۳x^۲+۴\to(۳-y)x^۲+۴+y=۰\to x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}$ ✓

$\xrightarrow{y=۳}\overset{\text{غ ق ق}}{۴+۳=۰}\ \times \ /\ \xrightarrow{y\neq۳}\frac{۰\pm\sqrt{۰^۲-۴(۳-y)(۴+y)}}{۶-۲y}\to\Delta\geq۰\to۴y^۲+۴y-۴۸\geq۰$ ✓

$y^۲+y-۱۲\geq۰\to(y-۳)(y+۴)\geq۰$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -۴ & & ۳ & \\ \hline + & \text{ق} & - & \text{ق} & + \end{array}$$

$\xrightarrow{y\neq۳}(-\infty,-۴]\cup(۳,\infty)=R_f$ ✓

$\xrightarrow{\text{② ر}}\begin{cases}x^۲=۰\to y=-۴\\ x^۲\to\infty\to y\to۳\end{cases}\rightsquigarrow R_f=(-\infty,-۴]\cup(۳,\infty)$ ✓

تا بی‌نهایت میرود

به ۳ نزدیک می‌شود ولی ۳ نمی‌شود

د ۲

$y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳}\xrightarrow{\text{① ر}} y\sin x+۳y=۲\sin x-۱\to y\sin x-۲\sin x=-۱-۳y$

$\sin x(y-۲)=-۱-۳y\to\sin x=\frac{-۱-۳y}{y-۲}\to x=\arcsin\left(\frac{-۱-۳y}{y-۱}\right)$

$\Rightarrow -۱\leq\frac{-۱-۳y}{y-۲}\leq۱$

$-۱\leq\frac{-۱-۳y}{y-۲}\to۰\leq\frac{-۳-۲y}{y-۲}\to$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -\frac{۳}{۲} & & ۲ & \\ \hline - & \text{ق} & + & \text{غ} & - \end{array}$$

$\to[-\frac{۳}{۲},۲)$ ✓

$\frac{-۱-۳y}{y-۲}\leq۱\to\frac{-۴y+۱}{y-۲}\leq۰$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & \frac{۱}{۴} & & ۲ & \\ \hline - & \text{ق} & + & \text{غ} & - \end{array}$$

$\to(-\infty,\frac{۱}{۴}]\cup(۲,\infty)$ ✓

$\cap$

$R_f=[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۴}]$ ✓

$\xrightarrow{\text{② ر}}\begin{cases}\sin x=۱\to y=\frac{۱}{۴}\\ \sin x=-۱\to y=-\frac{۳}{۲}\end{cases}\to[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۴}]$ ✓

ه ۱/۷۵

$D_f=\mathbb{R}$

$x^۲-x\to\begin{cases}a>۰\to\text{رو به بالا}\to\min\\ x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{۱}{۲}\\ y_s=(\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۲}=-\frac{۱}{۴}\end{cases}$

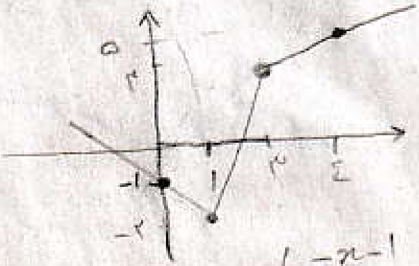
$x^۲-x=t\rightsquigarrow\frac{t+\frac{۱}{۴}}{t+۱}\begin{cases}t_{min}=-\frac{۱}{۴}\to y=۰\\ t_{max}\to\infty\to y\to۱\end{cases}\to R_f=[۰,۱)$ ✓

۱

و ۲

$y=|۲x-۴|-|x-۳|$

x	۰	۱	۳	۴
y	-۱	-۲	۲	۵



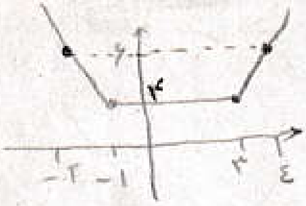
$R_f=[۲,\infty)$

$y=\begin{cases}۲-۲x+x-۳ & x<۱\\ ۲x-۲+x-۳ & ۱\leq x<۳\\ ۲x-۲-x+۳ & x\geq۳\end{cases}\qquad y=\begin{cases}-x-۱ & x<۱\\ ۳x-۵ & ۱\leq x<۳\\ x+۱ & x\geq۳\end{cases}$

پودمان ۲ شرطی

$y = |x-۳| + |x+۱|$

x	−۲	−۱	۳	۴
y	۶	۴	۴	۶



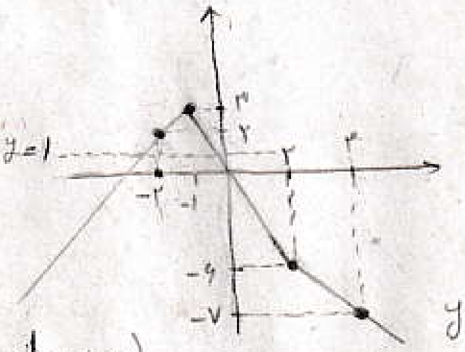
$R_f = [۴, \infty)$

$$y = \begin{cases} -۲x+۲ & x<-۱ \\ ۴ & -۱\leq x<۳ \\ ۲x-۲ & x\geq ۳ \end{cases}$$

۲ (۸)

$|x-۲| - |۲x+۲| \leq ۱$

x	−۲	−۱	۰	۲	۳
y	۲	۳	۰	−۶	−۷



$$y = \begin{cases} x+۴ & x<-۱ \\ -۳x & -۱\leq x<۲ \\ -x-۴ & x\geq ۲ \end{cases}$$

$$y=۱ \quad \begin{cases} -۳ \text{ ق ق} & x<-۱ \\ -\frac{۱}{۳} \text{ ق ق} & -۱\leq x<۲ \\ -۵ \text{ غ ق ق} & x\geq ۲ \end{cases}$$

محدوده جواب نامعادله: $(-\infty, -۳] \cup [-\frac{۱}{۳}, +\infty)$

(۹)

$y = [x] + [۳-x]$

$-۲ = x \longrightarrow y = -۲+۵ = ۳$

$-۲<x<-۱ \longrightarrow y = -۲+۴ = ۲$

$x = -۱ \longrightarrow y = -۱+۴ = ۳$

$-۱<x<۰ \longrightarrow y = -۱+۳ = ۲$

$x = ۰ \longrightarrow y = ۰+۳ = ۳$

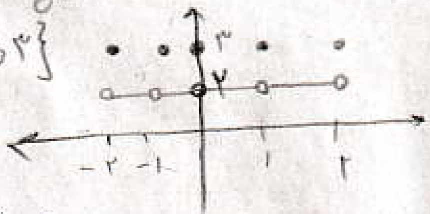
$۰<x<۱ \longrightarrow y = ۰+۲ = ۲$

$x = ۱ \longrightarrow y = ۱+۲ = ۳$

$۱<x<۲ \longrightarrow y = ۱+۱ = ۲$

$x = ۲ \longrightarrow y = ۲+۱ = ۳$

$R_f = \{۲, ۳\}$



$y = ۳x - [x]$

$-۲\leq x<-۱ \rightarrow y = ۳x+۲$

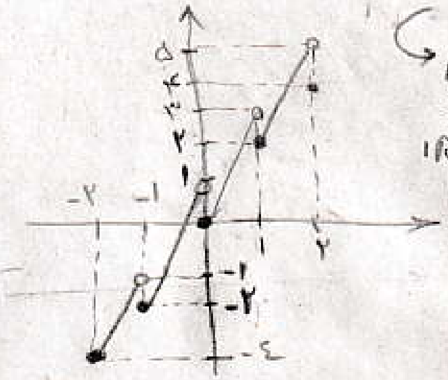
$-۱\leq x<۰ \rightarrow y = ۳x+۱$

$۰\leq x<۱ \rightarrow y = ۳x$

$۱\leq x<۲ \rightarrow y = ۳x-۱$

$x = ۲ \rightarrow y = ۳x-۲$

۲



برد تابع در بازه $[-۲, ۲]$ $\rightarrow R_f = [-۴, ۵)$

ولی برد تابع با دامنه $\mathbb{R}$ $\rightarrow R_f = \mathbb{R}$

(۱۰)

$y = \sin^۲ x - \sin x + ۱ \longrightarrow \sin x = ۱ \longrightarrow y = ۱$

$\longrightarrow \sin x = -۱ \longrightarrow y = ۳ \longrightarrow R_f = [\frac{۳}{۴}, ۳]$

$\longrightarrow \sin x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۱}{۲} \longrightarrow y = \frac{۳}{۴}$

۲

$y = \sin^۴ x + \sin^۲ x + ۱ \longrightarrow \sin^۲ x = ۰ \longrightarrow y = ۱ \longrightarrow R_f = [۱, ۳]$

$\longrightarrow \sin^۲ x = ۱ \longrightarrow y = ۳$

$\longrightarrow \sin^۲ x = \frac{-b}{۲a} = -\frac{۱}{۲}$ غ ق ق