الهام شریعتی

①

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx-y=x^2+x+2 \rightarrow x^2+x(1-y)+y+2=0 \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x=\frac{y-1\pm\sqrt{(1-y)^2-4(y+2)}}{2} \rightarrow \Delta\geq 0 \rightarrow (1-y)^2-4(y+2)\geq 0 \rightarrow y^2-6y-7\geq 0$

$\rightarrow (y-7)(y+1)\geq 0 \quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ \hline + & & - & & + \\ \text{ق} & \text{ق} & & \text{ق} & \text{ق} \end{array} \rightarrow R_f=(-\infty,-1]\cup[7,\infty)$

②

$y=2x^2-5x+1 \quad a>0 \rightarrow$ سهمی رو به بالا $\quad R_f=[-\frac{17}{8},\infty)$

$x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \rightarrow y_s=2\times\frac{25}{16}-5\times\frac{5}{4}+1=\frac{-17}{8}$

$a<0$ سهمی رو به پایین $\rightarrow$ max دارد

$y=\sqrt{-x^2+6x-5} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{-2}=3 \\ y_s=4 \end{array}\right\} \rightarrow \sqrt{(-\infty,4]}=[0,2]$

$y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1}$ برد توابع چندجمله‌ای از درجه فرد $=\mathbb{R}$ $\rightsquigarrow \sqrt{\mathbb{R}}=[0,\infty) \rightarrow R_f=[0,\infty)$

$\log(x^3-6x^2+7x+4)$ برد توابع چندجمله‌ای از درجه فرد $=\mathbb{R}$ $\rightsquigarrow \log(0,\infty)=\mathbb{R} \rightsquigarrow R_f=\mathbb{R}$

③

$y=\frac{3x+1}{2x-6} \rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

در توابع هموگرافیک $\rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$

$y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \rightsquigarrow R_f=\sqrt{\mathbb{R}-\{4\}}=[0,\infty)-\{2\}$

$y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow \sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow$ کمترین مقدار $\sqrt{x^2+3} \rightarrow \sqrt{0+3}=\sqrt{3} \Rightarrow R_f=[\frac{4\sqrt{3}}{3},\infty)$

$\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$

چون $1\neq\sqrt{x^2+3}$ است پس کمترین مقدار آن را محاسبه می‌کنیم

$y=x^2+\frac{1}{x^2+4} \longrightarrow x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \rightarrow$ کمترین مقدار $x^2+4 \rightarrow 0^2+4=4$

$4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4}$

چون $1\neq x^2+4$ است پس کمترین مقدار آن را محاسبه می‌کنیم

از min ۴ تا کم می‌شود: $\frac{17}{4}-4=\frac{1}{4}$

$R_f=[\frac{1}{4},\infty)$

پرهام شریعتی

④

$y = \frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \xrightarrow{①ر} yx^۲ - y = ۳x^۲+۴ \longrightarrow (۳-y)x^۲ + ۴ + y = ۰ \longrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$

$\overline{۵۶۴}$

$\xrightarrow{y=۳} ۴+۳=۰ \; X \;\Big/\; \xrightarrow{y\neq ۳} \frac{۰ \pm \sqrt{۰^۲ - ۴(۳-y)(۴+y)}}{۶-۲y} \to \Delta \geq ۰ \to ۴y^۲ + ۴y - ۴۸ \geq ۰$

$y^۲ + y - ۱۲ \geq ۰ \to (y-۳)(y+۴) \geq ۰$ $\begin{array}{c|c|c} & -۴ & ۳ \\ \hline + & - & + \end{array}$ ق ق ق ق $\xrightarrow{y\neq ۳} (-\infty, -۴] \cup (۳, \infty) = R_f$

$\xrightarrow{②ر} \begin{cases} x^۲ = ۰ \to y = -۴ \\ x^۲ \to \infty \to y \to ۳ \end{cases} \rightsquigarrow R_f = (-\infty, -۴] \cup (۳, \infty)$

از ۳ بزرگتر می‌شود

← به ۳ نزدیک می‌شود ولی ۳ نمی‌شود

⑤

$y = \frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۳} \xrightarrow{①ر} y\sin x + ۳y = ۲\sin x - ۱ \longrightarrow y \sin x - ۲\sin x = -۱ - ۳y$

$\sin x (y-۲) = -۱ - ۳y \longrightarrow \sin x = \frac{-۱-۳y}{y-۲} \longrightarrow x = \arcsin\left(\frac{-۱-۳y}{y-۲}\right)$

$\Rightarrow -۱ \leq \frac{-۱-۳y}{y-۲} \leq ۱$

$-۱ \leq \frac{-۱-۳y}{y-۲} \longrightarrow ۰ \leq \frac{-۳-۲y}{y-۲} \to$ $\begin{array}{c|c|c} & -۳/۲ & ۲ \\ \hline - & + & - \end{array}$ ق ق $\to [-۳/۲, ۲)$

$\frac{-۱-۳y}{y-۲} \leq ۱ \longrightarrow \frac{-۴y+۱}{y-۲} \leq ۰$ $\begin{array}{c|c|c} & ۱/۴ & ۲ \\ \hline - & + & - \end{array}$ ق ق ق $\to (-\infty, ۱/۴] \cup (۲, \infty)$

$\cap$

$R_f = [-۳/۲, ۱/۴]$

$\xrightarrow{②ر} \begin{cases} \sin x = ۱ \to y = ۱/۴ \\ \sin x = -۱ \to y = -۳/۲ \end{cases} \longrightarrow [-۳/۲, ۱/۴]$

⑥

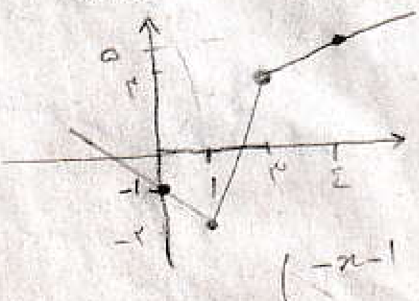
$x^۲ - x \longrightarrow \begin{cases} a > ۰ \to \text{رو به بالا} \to \min \\ x_s = \frac{-b}{۲a} = ۱/۲ \\ y_s = (۱/۲)^۲ - ۱/۲ = -۱/۴ \end{cases}$

$x^۲ - x = t \rightsquigarrow \frac{t + ۱/۴}{t+۱} \begin{cases} t_{min} = -۱/۴ \to y = ۰ \\ t_{max} \to \infty \to y \to ۱ \end{cases} \longrightarrow R_f = [۰, ۱)$

⑦

$y = |۲x-۲| - |x-۳|$

x	۰	۱	۳	۴
y	−۱	−۲	۴	۵



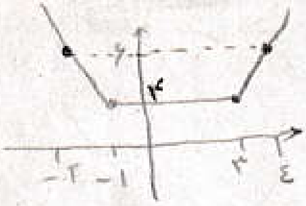
$R_f = [-۲, \infty)$

$y = \begin{cases} ۲ - ۲x + x - ۳ & x < ۱ \\ ۲x - ۲ + x - ۳ & ۱ \leq x < ۳ \\ ۲x - ۲ - x + ۳ & x \geq ۳ \end{cases}$ $y = \begin{cases} -x - ۱ & x < ۱ \\ ۳x - ۵ & ۱ \leq x < ۳ \\ x + ۱ & x \geq ۳ \end{cases}$

پرهام شریعتی

$y=|x-۳|+|x+۱|$

x	-۲	-۱	۳	۴
y	۶	۴	۴	۶



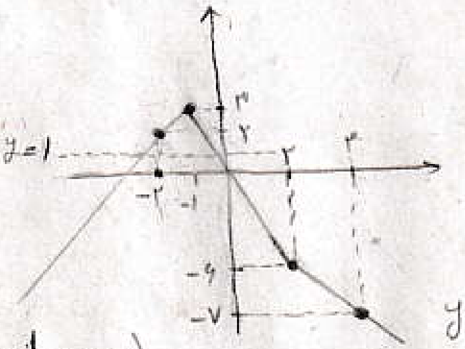
$R_f=[۴,\infty)$

$$y=\begin{cases}-۲x+۲ & x<-۱\\ ۴ & -۱\leqslant x<۳\\ ۲x-۲ & x\geqslant ۳\end{cases}$$

⑧

$|x-۲|-|۲x+۲|\leqslant ۱$

x	-۳	-۱	۰	۲	۳
y	۲	۳	۰	-۶	-۷



$$y=\begin{cases}x+۴ & x<-۱\\ -۳x & -۱\leqslant x<۲\\ -x-۴ & x\geqslant ۲\end{cases}$$

$$y=۱\quad\begin{cases}-۳ \text{ ق ق } & x<-۱\\ -\frac{۱}{۳} \text{ ق ق } & -۱\leqslant x<۲\\ -۵ \text{ غ ق ق } & x\geqslant ۲\end{cases}$$

مجموعه جواب نامعادله: $(-\infty,-۳]\cup[-\frac{۱}{۳},+\infty)$

⑨

$y=[x]+[۳-x]$

$-۲=x\longrightarrow y=-۲+۵=۳$

$-۲<x<-۱\longrightarrow y=-۲+۴=۲$

$x=-۱\longrightarrow y=-۱+۴=۳$

$-۱<x<۰\longrightarrow y=-۱+۳=۲$

$x=۰\longrightarrow y=۰+۳=۳$

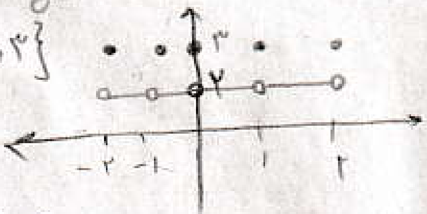
$۰<x<۱\longrightarrow y=۰+۲=۲$

$x=۱\longrightarrow y=۱+۲=۳$

$۱<x<۲\longrightarrow y=۱+۱=۲$

$x=۲\longrightarrow y=۲+۱=۳$

$R_f=\{۲,۳\}$



$y=۳x-[x]$

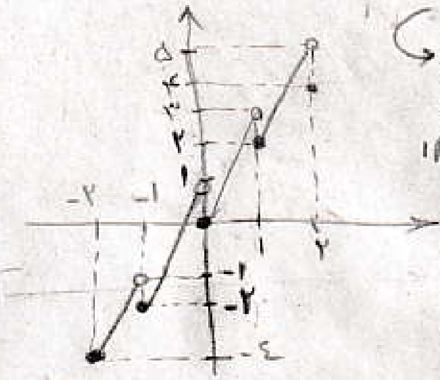
$-۲\leqslant x<۱\rightarrow y=۳x+۲$

$-۱\leqslant x<۰\rightarrow y=۳x+۱$

$۰\leqslant x<۱\rightarrow y=۳x$

$۱\leqslant x<۲\rightarrow y=۳x-۱$

$x=۲\longrightarrow y=۳x-۲$



برد تابع در بازه $[-۲,۲]$

$\hookrightarrow R_f:[-۴,۵)$

ولی برد تابع با دامنه IR

$\hookrightarrow R_f=\mathbb{R}$

⑩

$y=\sin^۲x-\sin x+۱\longrightarrow \sin x=۱\longrightarrow y=۱$

$\quad\longrightarrow \sin x=-۱\longrightarrow y=۳\longrightarrow R_f:[\frac{۳}{۴},۳]$

$\quad\longrightarrow \sin x=\frac{-b}{۲a}=\frac{۱}{۲}\longrightarrow y=\frac{۳}{۴}$

$y=\sin^۴x+\sin^۲x+۱\longrightarrow \sin^۲x=۰\longrightarrow y=۱\longrightarrow R_f=[۱,۳]$

$\quad\longrightarrow \sin^۲x=۱\longrightarrow y=۳$

$\quad\longrightarrow \sin^۲x=\frac{-b}{۲a}=-\frac{۱}{۲}$ غ ق ق