

با همان کف

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \quad x \neq 1 \rightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \rightarrow x^2 + x(1 - y) + 2 + y = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow x = \frac{y - 1 \pm \sqrt{y^2 - 4y + 1 - 4y - 4}}{2} \Rightarrow y^2 - 4y - 7 \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2} < y < \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$\Rightarrow RP = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

$$\text{الف) } y = \frac{2x^2}{x+1} \Rightarrow x_5 = \frac{5}{2} \Rightarrow y_5 = 2 \times \frac{10}{4} - \frac{25}{4} + 1 = \frac{-11}{4} \quad (2)$$

$$\Rightarrow RP = [-\frac{11}{4}, +\infty)$$

$$\text{ب) } x_5 = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow y_5 = -9 + 18 - 2 = 7 \rightarrow RP' = (-\infty, 7] \quad \sqrt{RP'} = RP = [0, 7]$$

$$\text{ع) } \sqrt{x^2 - 2x^2 + 2x + 1}$$

چون عبارت قابل تجزیه شدن توانیم برادری

فراغت نباید این بر آن است

لذا دلیل حضور برادری بر آن برابر $RP = [0, +\infty)$ می شود

$$\text{ح) } (x^3 - 2x^2 + 7x + 4)$$

از آنجا که درون تعاریف عبارت چندجمله ای درجه فرد داریم

پس بر آن برابر R است یعنی هر عددی را می توانیم

بنویسیم اما به علت محدودیت دامنه تعاریف نمی تواند رفت

که قابل قبول است و چون دامنه آن همان دامنه تابع x است پس بر آن نیز می تواند شد

بر آن و با توجه به این تابع برابر است با:

$$\text{الف) } y = \frac{x^2 + 1}{x - 2} \Rightarrow RP = IR - \left\{ \frac{5}{2} \right\} \quad (3)$$

$$\text{ب) } \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \Rightarrow RP' = IR - \left\{ \frac{5}{2} \right\} \Rightarrow RP = \sqrt{RP'} \Rightarrow [0, +\infty) - \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

$$\text{ج) } \frac{x^2 + 3 + 1}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} \xrightarrow{x_{\min} = 0} \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow RP = \left[\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty \right)$$

$$\text{ح) } y = x^2 + 4 + \frac{1}{x^2 + 2} - 4 \Rightarrow p(x) = x^2 + 4 + \frac{1}{x^2 + 2} \xrightarrow{x_{\min} = 0} p(x) \geq \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow p(x) - 4 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow RP = \left[\frac{1}{2}, +\infty \right)$$

۱ / ۱
روشن اولی: $y = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow yx^2 - y = x^2 + 4 \rightarrow x^2(y - 1) = y + 4$ (۴)

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y+4}{y-1}} \Rightarrow \frac{y+4}{y-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-4}{-1} = 4 \Rightarrow RP = (-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$$

در روش دوم: مقدار بیشترین مقدار برابر صفر است. در نتیجه با جایگذاری $y = -4$ می‌رسیم. روشن دوم: مقدار بیشترین مقدار x^2 که برابر است با $+\infty$ را در آن جایگذاری می‌کنیم و عدد ۳ می‌گیریم. چون می‌توانیم خارج را برابر صفر قرار دهیم و در تقارن می‌گیریم.
 $RP = (-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$

(۵)
روشن اولی: $y = \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3} \Rightarrow \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3} = \frac{3y + 1}{2 - y} \Rightarrow -1 \leq \frac{3y + 1}{2 - y} \leq 1$

I) $-1 \leq \frac{3y + 1}{2 - y} \Rightarrow 0 \leq \frac{3y + 1 + 2 - y}{2 - y} \Rightarrow 0 \leq \frac{2y + 3}{2 - y} \Rightarrow \frac{-3}{-1} = 3 \Rightarrow y \in [-\frac{3}{2}, 2)$

II) $\frac{3y + 1}{2 - y} \leq 1 \Rightarrow \frac{3y + 1 - 2 + y}{2 - y} \leq 0 \Rightarrow \frac{4y - 1}{2 - y} \leq 0 \Rightarrow \frac{1}{-1} = -1 \Rightarrow y \in (-\infty, \frac{1}{4}] \cup (2, +\infty) \Rightarrow I \cap II = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}] = RP$

باز هم مطابق سوال قبل و کمترین مقدار سینوس برابر ۱- است که با جایگذاری مقدار $-\frac{3}{2}$ می‌رسیم و روشن دوم: در مرحله دوم بیشترین مقدار سینوس برابر ۱ است که با جایگذاری مقدار $\frac{1}{4}$ می‌رسیم و از آنجایی که خارج نمی‌تواند صفر باشد پس دوون را مقوله می‌گیرد.
 $RP = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$

(۶) از آنجمله Δ خارج منفی و ضرب x^2 می‌زنند پس خارج نمی‌تواند صفر باشد در نتیجه دامنه آن برابر $\mathbb{R}$ است. $DP = \mathbb{R}$

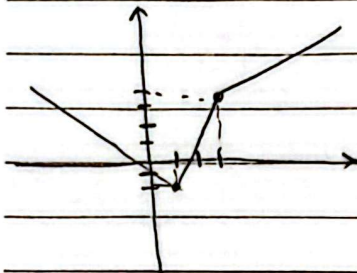
$$\Rightarrow \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{x^3}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

$$(x - \frac{1}{2})^2 \geq 0 \rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \Rightarrow 0 < \frac{1}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \leq \frac{4}{3}$$

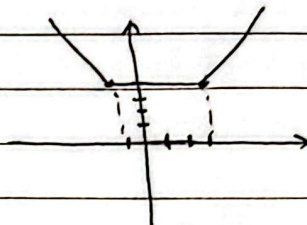
$$\Rightarrow 0 < \frac{x^3}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \leq 1 \rightarrow 0 < \frac{-\frac{3}{4}}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \leq 1 \rightarrow 1 < \frac{x^3}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \leq 1$$

Parsian $\rightarrow RP = [0, 1)$

الف) $y = |x-2| - |x-3| \Rightarrow \begin{cases} x+1 & ; x \geq 3 \\ x-5 & ; 2 < x < 3 \\ -x-1 & ; 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$
 $\Rightarrow R_f = [-1, +\infty)$



ب) $y = |x-3| + |x+1|$

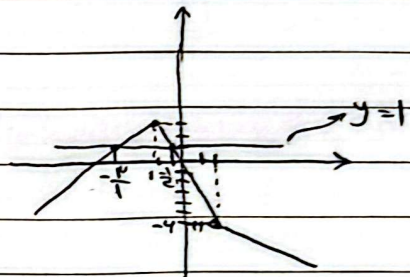


$R_f = [4, +\infty)$

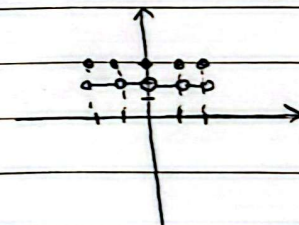
ب. ط. مانی

$|x-2| - |2x+1| \Rightarrow \begin{cases} -x-4 & ; x \geq 2 \\ -3x & ; 1/2 \leq x < 2 \\ x+4 & ; x < 1/2 \end{cases}$

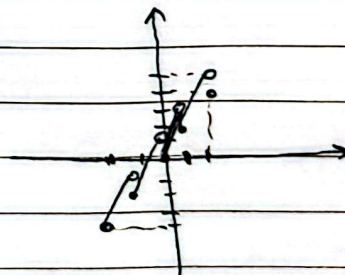
$\Rightarrow x \in (-\infty, -4] \cup [-1/2, +\infty)$



ج) $y = [x] + [2-x] = [x] + [-x] + 2 \Rightarrow \begin{cases} 2 & x \in \mathbb{Z} \\ 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$



د) $y = 2x - [x] \Rightarrow \begin{cases} 2 & ; x=2 \\ 2x-1 & ; 1 < x < 2 \\ 2x & ; 1/2 \leq x \leq 1 \\ 2x+1 & ; 0 < x < 1/2 \\ 2x+2 & ; -1 < x \leq -2 \end{cases}$



ه) $y = \sin^2 x - \sin x + 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 & ; \sin x = 1 \\ \frac{3}{4} & ; \sin x = \frac{1}{2} \\ 1 & ; \sin x = -1 \end{cases}$
 $\Rightarrow R_f = [\frac{3}{4}, 1]$

و) $y = \sin^2 x + \sin^2 x + 1 \Rightarrow \begin{cases} 3 & ; \sin^2 x = 1 \\ 1 & ; \sin^2 x = 0 \end{cases}$
 $\Rightarrow y \in [1, 3]$

Parsian