۲۰

نام و نام خانوادگی ......آترین جلیلی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳.... کلاس ..دوازدهم سپهر..

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \xrightarrow{x\neq 1} yx-y=x^2+x+2 \to x^2+x(1-y)+(2+y)=0$

$\to x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2} \Rightarrow \Delta\geq 0 \to 1+y^2-2y-8-4y\geq 0$

$\to y^2-6y-7\geq 0 \to (y-7)(y+1)\geq 0$ $\begin{array}{c|ccccc} y & & -1 & & 7 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\to R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$ ✓

۲

۲

الف) $y=2x^2-5x+1 \xrightarrow{a>0} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \to y_{min}=-\frac{17}{8} \to R_f=[-\frac{17}{8},+\infty)$ ✓

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5} \xrightarrow{a<0} x_{max}=\frac{-b}{2a}=3,\ y_{max}=4 \to R_f=\sqrt{(-\infty,4]}=[0,2]$ ✓

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1}$ $R_f=[0,+\infty)=\sqrt{\mathbb{R}}$ ✓

د) $\log(x^3-6x^2+12x+4)$ $R_f=(-\infty,+\infty)$ ✓

۲

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$ ✓

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \Rightarrow R_f=[0,+\infty)-\{2\}$ ✓

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \Rightarrow$ کمترین مقدار $\sqrt{x^2+3}=\sqrt{3} \to \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$

$R_f=[\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty)$ ✓

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}=x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \Rightarrow y_{min}=4+\frac{1}{4}-4=\frac{1}{4} \Rightarrow R_f=[\frac{1}{4},+\infty)$ ✓

۲

۴

روش اصلی : $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \to yx^2-y=3x^2+4 \to x^2(3-y)+(4+y)=0 \to x=\frac{0\pm\sqrt{0-4(3-y)(4+y)}}{2(3-y)}$ ✓

$\to 2(3-y)\neq 0 \to \boxed{y\neq 3}$ ، $-4(3-y)(4+y)\geq 0$ $\begin{array}{c|ccccc} y & & -4 & & 3 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\to R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

روش ۲ : $y=\frac{3(x^2)+4}{1(x^2)-1}$ $x^2-1=0 \to$ برد خارج بازه ✓

$\Rightarrow R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

x^2 دوسر $\Rightarrow [0,+\infty) \to \begin{cases} x^2=0 \to y=-4 \\ x^2\to+\infty \to \lim\limits_{x^2\to+\infty}\frac{3x^2+4}{x^2-1}=3 \end{cases}$ شامل خود ۳ نمی‌شود ✓

۲

۵

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ روش اصلی : $y\sin x+3y=2\sin x-1 \to (y-2)\sin x=-(1+3y) \Rightarrow \sin x=\frac{-(1+3y)}{y-2}$

$\to -1\leq\frac{-(1+3y)}{y-2}\leq 1 \to -1\leq\frac{-(1+3y)}{y-2} \to \frac{-(1+3y)}{y-2}+1\geq 0 \to \frac{-2y+(-3)}{y-2}\geq 0$ ✓ $\begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ \hline - & 0 & + & ∄ & - \end{array}$

$\to \frac{-(1+3y)}{y-2}\leq 1 \to \frac{-4y+1}{y-2}\leq 0 \to$ ✓ $\begin{array}{c|ccccc} y & & \frac{1}{4} & & 2 & \\ \hline & - & 0 & + & ∄ & - \end{array}$ $\to y_2\in(-\infty,\frac{1}{4}]\cup(2,+\infty)$ ، $\to y_1\in[-\frac{3}{2},2)$ ✓

$\} R_f=y_1\cap y_2=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$ ✓

روش ۲ : $-1\leq\sin x\leq 1$ $\sin x+3\neq 0$ مخرج صفر نمی‌شود پس برد داخل بازه است

$\hookrightarrow \sin x=1 \to y=\frac{2(1)-1}{(1)+3}=\frac{1}{4}$ ، $\sin x=-1 \to y=-\frac{3}{2} \to R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$ ✓

۲

②

۶

$f(x) = \dfrac{x^۲ - x + \frac{۱}{۴}}{x^۲ - x + ۱}$

$x^۲ - x + ۱ \neq ۰$ $\quad \Delta < ۰ \rightarrow$ ریشه حقیقی ندارد $\rightarrow \underline{D_f = \mathbb{R}}$ ✓

$f(x) = \dfrac{(x - \frac{۱}{۲})^۲}{(x - \frac{۱}{۲})^۲ + \frac{۳}{۴}} \xrightarrow{(x-\frac{۱}{۲})^۲ = t} f(x) = \dfrac{t}{t + \frac{۳}{۴}} \rightarrow \underline{R_f = [۰, ۱)}$ ✓

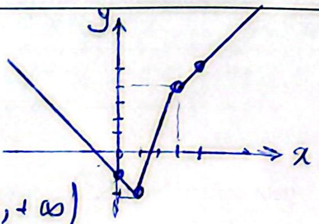
---

②

۷

الف) $y = |۲x - ۲| - |x - ۳| \Rightarrow y = \begin{cases} x + ۱ & x > ۳ \\ ۳x - ۵ & ۱ \leq x \leq ۳ \\ -x - ۱ & x < ۱ \end{cases}$

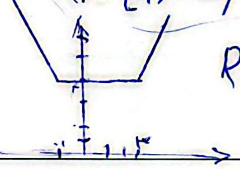
$\left|\begin{smallmatrix} ۳ \\ ۴ \end{smallmatrix}\right. , \left|\begin{smallmatrix} ۴ \\ ۵ \end{smallmatrix}\right. , \left|\begin{smallmatrix} ۰ \\ -۱ \end{smallmatrix}\right. , \left|\begin{smallmatrix} ۱ \\ -۲ \end{smallmatrix}\right.$



$R_f = [-۲, +\infty)$

ب) $y = |x - ۳| + |x + ۱|$ تابع گلدانی

$y = \begin{cases} ۲x - ۲ & x > ۳ \\ ۴ & -۱ \leq x \leq ۳ \\ -۲x + ۲ & x < -۱ \end{cases}$ $\quad \left|\begin{smallmatrix} ۳ \\ ۴ \end{smallmatrix}\right. \left|\begin{smallmatrix} ۴ \\ ۶ \end{smallmatrix}\right. \quad \left|\begin{smallmatrix} -۱ \\ ۴ \end{smallmatrix}\right. \left|\begin{smallmatrix} -۲ \\ ۶ \end{smallmatrix}\right.$



$R_f = [۴, +\infty)$

---

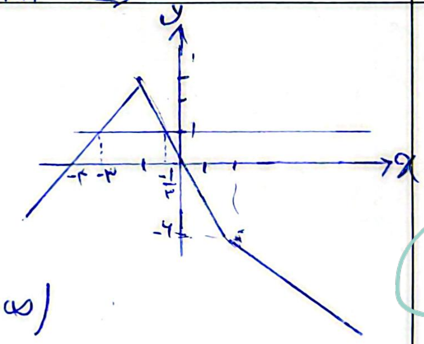
②

۸

$|x - ۲| - |۲x + ۲| \leq ۱$

-۱		۲	
$-x + ۲ + ۲x + ۲ \leq ۱$ $\rightarrow x \leq -۳$ ✓	$-x + ۲ - ۲x - ۲ \leq ۱$ $\rightarrow x \geq -\frac{۱}{۳}$ ✓ $\searrow -\frac{۱}{۳} \leq x \leq ۲$		$x - ۲ - ۲x - ۲ \leq ۱$ $\rightarrow x \geq -۵$ ✓ $\searrow x \geq ۲$

$\Rightarrow x \leq -۳$ یا $x \geq -\frac{۱}{۳} \rightarrow x \in (-\infty, -۳] \cup [-\frac{۱}{۳}, +\infty)$

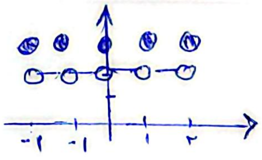


---

②

۹

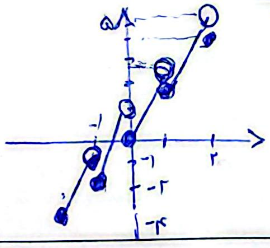
الف) $y = [x] + [۳ - x] = \underbrace{[x] + [-x]}_{۰ \text{ یا } -۱} + ۳ \rightarrow R_f = \{۲, ۳\}$



ب) $y = ۳x - [x]$

نمودار را به صورت بازه بازه رسم می کنیم

$R_f = [-۴, ۵)$



$\left|\begin{smallmatrix} ۲ \\ ۴ \end{smallmatrix}\right.$

$\left|\begin{smallmatrix} -۲ \\ -۴ \end{smallmatrix}\right.$

---

②

۱۰

الف) $y = \sin^۲ x - \sin x + ۱ \rightarrow \sin x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۱}{۲} \, , \, f(\frac{۱}{۲}) = \frac{۳}{۴}$ min

$\sin x = ۱ \rightarrow y = ۱ \qquad \sin x = -۱ \rightarrow y = \underset{max}{۳} \longrightarrow R_f = [+\frac{۳}{۴}, ۳]$

ب) $y = \sin^۴ x + \sin^۲ x + ۱ = (\sin^۲ x)^۲ + \sin^۲ x + ۱$

$\rightarrow \sin^۲ x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۲} \rightarrow X$

$\sin^۲ x = ۰ \rightarrow y = ۱$ min

$\sin^۲ x = ۱ \rightarrow y = ۳$ max

$\Rightarrow R_f = [۱, ۳]$