

19

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow y(x - 1) = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 + x - yx + y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x(1 - y) + (y - 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 7 \geq 0$$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{44}}{2} \Rightarrow y_1 = -1 + \sqrt{11}, y_2 = -1 - \sqrt{11}$$

$$R_f = (-\infty, -1 - \sqrt{11}] \cup [-1 + \sqrt{11}, +\infty)$$

الف) $x_5 = \frac{\infty}{\varepsilon} \Rightarrow y_5 = \frac{-17}{1}$

$R_f = [-\frac{17}{1}, +\infty)$ ✓

ب) $x_5 = \frac{-2}{-1} = 2 \Rightarrow y_5 = 4$

$R_f = [0, 2]$ ✓

ج) عبارت زیر را دیکال IR است

$R_f = [0, +\infty)$ ✓

د) عبارت داخل لگاریتم IR است

$R_f = (-\infty, +\infty)$ ✓

الف) تابع هموگرافیک است

$$\Rightarrow R_f = IR - \left\{ \frac{a}{c} \right\} = IR - \left\{ \frac{13}{2} \right\}$$

ب) عبارت زیر را دیکال هموگرافیک است

$$\Rightarrow R = IR - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$R_f = [0, +\infty) - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ ✓

ج) $\frac{x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x}} = \sqrt{x^2 + 3x} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3x}}$

$\sqrt{x^2 + 3x} > 0 \Rightarrow \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ ✓

د) $\frac{x^2 + 1}{x^2 + 4} \rightarrow \frac{x^2 + 4 + 1}{x^2 + 4} = 1 + \frac{1}{x^2 + 4}$

$\Rightarrow \min_{x^2 + 4} = 4 \Rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow R_f = [\frac{5}{4}, +\infty)$ ✓

روش اصلی: $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \Rightarrow 3x^2 + 4 = y(x^2 - 1)$

$x^2(y - 3) = y - 4 \Rightarrow x^2 = \frac{y - 4}{y - 3}$

$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y - 4}{y - 3}}$

$D_f' = R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ ✓

روش کلی: $x^2 = +\infty \Rightarrow y = 3$

$x^2 = 0 \Rightarrow y = -4$

منخرج می تواند صفر شود

$R_f = (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$ ✓

روش اصلی: $y = \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3}$

$\Rightarrow 2 \sin x - 1 = y(\sin x + 3)$

$\Rightarrow \sin x(2 - y) = 3y + 1 \Rightarrow \sin x = \frac{3y + 1}{2 - y}$

$\Rightarrow -1 \leq \frac{3y + 1}{2 - y} \leq 1$

این ۲ نامعادله را حل می کنیم و جواب ها را اشتراک می گیریم

$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$ ✓

$\max \sin x = 1$

$\Rightarrow \frac{2 - 1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$

$\min \sin x = -1 \Rightarrow \frac{2 - 1}{-1 + 3} = \frac{1}{2}$

منخرج نمی تواند صفر شود

$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$ ✓

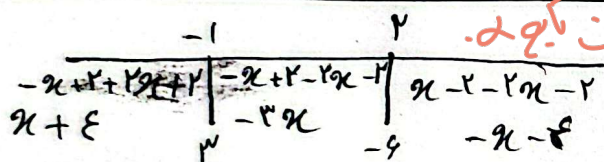
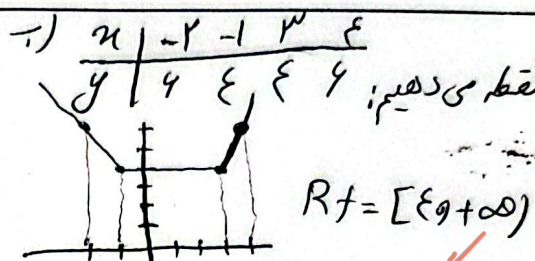
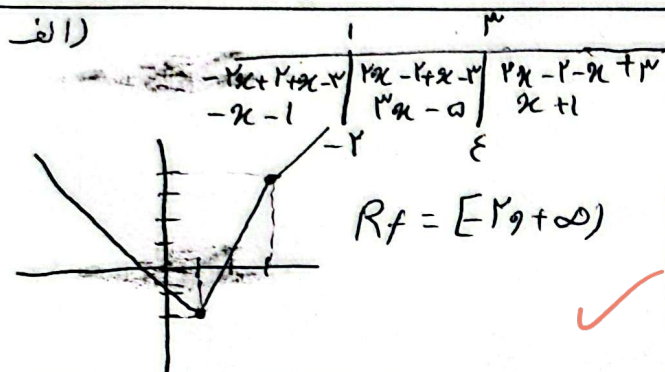
$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x + 1} \rightarrow \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{x^2 - x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}} \rightarrow \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

برای بدست آوردن برد $\min$ و $\max$ $(x - \frac{1}{2})^2$ را در تابع قرار می دهیم.

$$\max x = \infty \rightarrow y = 1$$

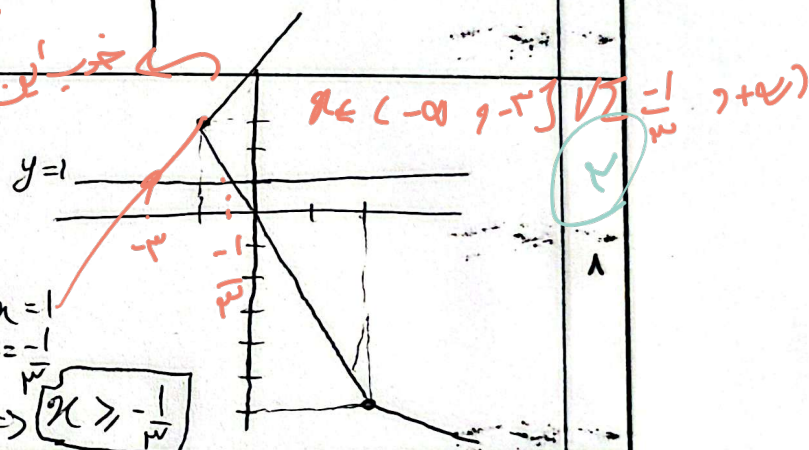
$$\min = 0 \rightarrow y = 0$$

$$R_f = [0, 1]$$



چون برخورد خط $y=1$ و نمودار ما در ناحیه بین -1 و 2 است پس خط $y=1$ را با $y=-3x$ برخورد می دهیم

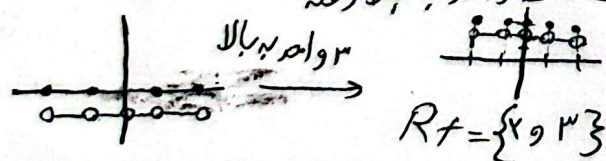
$$\begin{aligned} -3x &= 1 \\ x &= -\frac{1}{3} \\ x &> -\frac{1}{3} \end{aligned}$$



الف) $y = [x] + [3-x]$

$$= [x] + [3-x] + 3$$

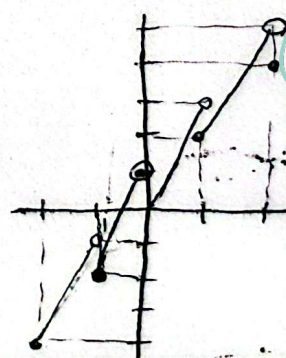
این نمودار همان نمودار پراکنی معروف است که ۳ واحد به بالا رفته



ب)

$x^2 - 1$	$x = 2$
$3x$	$1 \leq x < 2$
$x^2 + 1$	$0 \leq x < 1$
$3x + 2$	$-1 \leq x < 0$
	$-2 \leq x < -1$

$$R_f = [-4, \infty)$$



الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$$\sin x = 1 \rightarrow y = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$\sin x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ max}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} \text{ min}$$

$$\Rightarrow R_f = [\frac{3}{4}, 3]$$

ب) $y = \sin^2 x + \sin^2 x + 1$

$$\sin^2 x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ max}$$

$$\sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1 \text{ min}$$

$$\sin^2 x = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{no solution}$$

$$R_f = [1, 3]$$