

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow y(x - 1) = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 + x - yx + y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x(1 - y) + (y - 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 7 \geq 0$$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 28}}{2} \Rightarrow y_1 = -1 + \sqrt{3} \quad y_2 = -1 - \sqrt{3}$$

$R_f = (-\infty, -1 - \sqrt{3}] \cup [-1 + \sqrt{3}, +\infty)$

الف) $x_5 = \frac{\infty}{\varepsilon} \Rightarrow y_5 = \frac{-17}{1}$

$R_f = [-\frac{17}{1}, +\infty)$

ب) $x_5 = \frac{-2}{-1} = 2 \Rightarrow y_5 = 4$

$R_f = [4, +\infty)$

ج) عبارت زیر را دیکال IR است

$R_f = [0, +\infty)$

د) عبارت داخل لگاریتم IR است

$R_f = (-\infty, +\infty)$

الف) تابع هموگرافیک است

$$\Rightarrow R_f = IR - \left\{ \frac{a}{c} \right\} = IR - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

ب) عبارت زیر را دیکال هموگرافیک است

$$\Rightarrow R = IR - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$R_f = [0, +\infty) - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

ج) $\frac{x^2 + 3 + 1}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$

$\sqrt{x^2 + 3} \geq \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

د) $\frac{x^2 + 1}{x^2 + \varepsilon} \rightarrow \frac{x^2 + \varepsilon + \frac{1}{\varepsilon} - \varepsilon}{x^2 + \varepsilon} = \varepsilon + \frac{1}{\varepsilon} - \varepsilon = \frac{1}{\varepsilon}$

$\Rightarrow R_f = [\frac{1}{\varepsilon}, +\infty)$

از روش نیم استفاده کردم

روش اصلی: $y = \frac{3x^2 + \varepsilon}{x^2 - 1} \Rightarrow 3x^2 + \varepsilon = y(x^2 - 1)$

$$x^2(y - 3) = y + \varepsilon \Rightarrow x^2 = \frac{y + \varepsilon}{y - 3}$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y + \varepsilon}{y - 3}}$$

$D_f' = R_f = (-\infty, -\varepsilon] \cup (\frac{3}{\varepsilon}, +\infty)$

روش کلی: $x^2 = +\infty \Rightarrow y = 3$

$x^2 = 0 \Rightarrow y = -\varepsilon$

منخرج می توانم صفر شود

$R_f = (-\infty, -\varepsilon) \cup (\frac{3}{\varepsilon}, +\infty)$

روش اصلی: $y = \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3}$

$$\Rightarrow 2 \sin x - 1 = y(\sin x + 3) \Rightarrow \sin x(2 - y) = 3y + 1 \Rightarrow \sin x = \frac{3y + 1}{2 - y}$$

$\Rightarrow -1 \leq \frac{3y + 1}{2 - y} \leq 1 \rightarrow$ این ۲ نامعادله را حل می کنیم و جواب ها را اشتراک می گیریم

$\max \sin x = 1 \Rightarrow \frac{y - 1}{1 + 3} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4}$

$\min \sin x = -1 \Rightarrow \frac{y - 1}{1 + 3} = \frac{-1}{4} \Rightarrow y = -\frac{3}{4}$

منخرج می توانم صفر شود

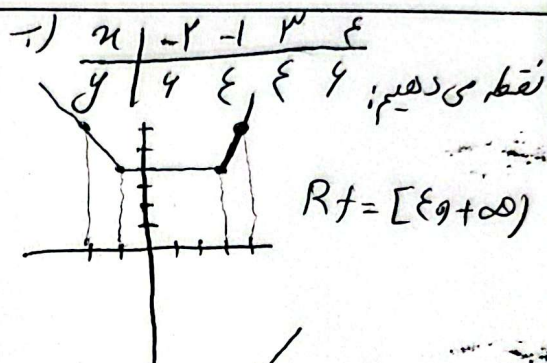
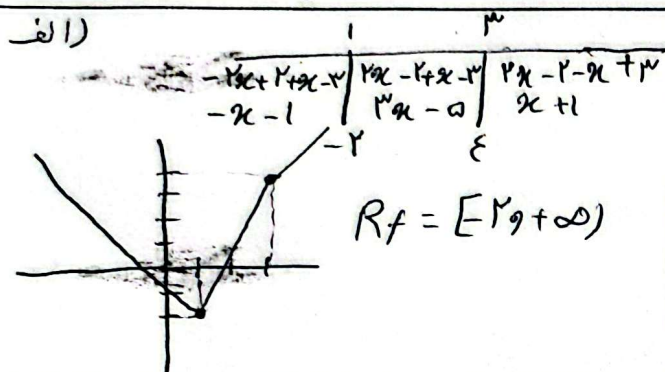
$R_f = [-\frac{3}{4}, \frac{5}{4}]$

$R_f = [-\frac{3}{4}, \frac{5}{4}]$

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x + 1} \rightarrow \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{x^2 - x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}} \rightarrow \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

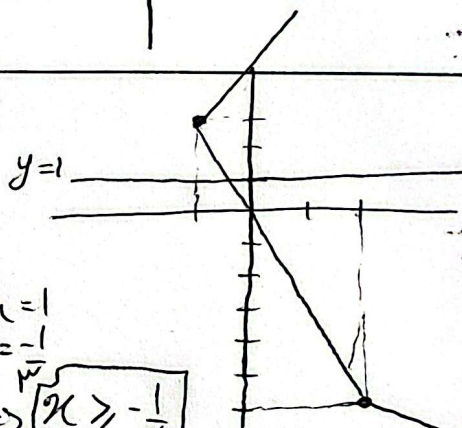
برای بدست آوردن $\min$ و $\max$ از $(x - \frac{1}{2})^2$ باید تابع قرار می دهیم.

خرج نمی تواند منفی شود
 $\max = \infty \rightarrow y = 1$
 $\min = 0 \rightarrow y = 0$
 $R_f = [0, 1]$



$-x^2 + 2x + 2$	$-x^2 + 2x - 2$	$x^2 - 2x - 2$
$x + 4$	$-3x$	$-x - 4$

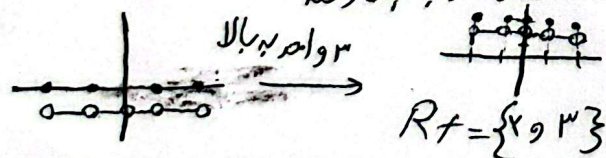
چون برخورد خط $y=1$ و نمودار ما داریم
 بین -1 و 2 است پس خط $y=1$ را با $y = -3x$ برخورد می دهیم
 $-3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$
 $\Rightarrow x > -\frac{1}{3}$



الف) $y = [x] + [3-x]$

$= [x] + [3-x] + 3$

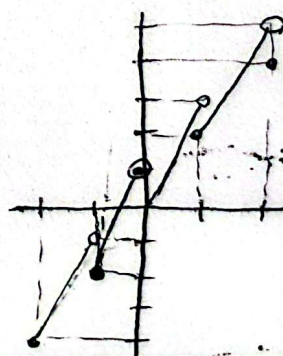
این نمودار همان نمودار پراکنی معروف است که ۳ واحد به بالا رفته



ب)

$x^2 - 1$	$x = 2$
$3x$	$1 < x < 2$
$3x + 1$	$0 < x < 1$
$3x + 2$	$-1 < x < 0$
	$-2 < x < -1$

$R_f = [-4, 5)$



الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$\sin x = 1 \rightarrow y = 1 - 1 + 1 = 1$

$\sin x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3 \max$

$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} \min$

$\Rightarrow R_f = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $y = \sin^2 x + \sin^2 x + 1$

$\sin^2 x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3 \max$

$\sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1 \min$

$\sin^2 x = -\frac{1}{2} \rightarrow 0 < x < \pi$

$R_f = [1, 3]$