۱) ۲

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx-y=x^2+x+2 \qquad x^2+(1-y)x+(2+y)=0 \qquad x=\frac{y-1\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2}$

$1+y^2-2y-8-4y\geq 0 \rightarrow y^2-6y-7\geq 0 \qquad (y-7)(y+1)\geq 0$

	-1		7	
+	0	−	0	+

$R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

آرمین سروری

---

۲) ۴

الف) $-\frac{b}{2a}=\frac{5}{4} \qquad 2\left(\frac{25}{16}\right)-5\left(\frac{5}{4}\right)+1=\frac{-17}{8} \qquad R_f=\left[-\frac{17}{8},+\infty\right)$

ب) $-\frac{b}{2a}=\frac{-6}{-2}=3 \qquad -9+18-5=4 \rightarrow \sqrt{(-\infty,4]} \rightarrow R_f=[0,2]$

ج) بزرگترین توان = فرد $\Rightarrow \sqrt{R} \rightarrow R_f=[0,+\infty)$

د) $R_f=R=(-\infty,+\infty)$

---

۳) ۲

الف) $\frac{3x+1}{2x-6}=y \rightarrow R_f=R-\{\frac{a}{c}\}=R-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \rightarrow \sqrt{R-\{4\}} \Rightarrow [0,+\infty)-\{2\}$

ج) $y=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow y=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \qquad \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3} \qquad R_f=\left[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

د) $y=x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \rightarrow 4+\frac{1}{4}-4=\frac{1}{4} \rightarrow R_f=\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$

---

۴) ۳

روش اصلی $\rightarrow yx^2-y=3x^2+4 \qquad 3x^2-yx^2=-4-y \rightarrow x^2(3-y)=-4-y$

$x^2=\frac{4+y}{y-3} \qquad x=\pm\sqrt{\frac{4+y}{y-3}}$

	-4		3	
+	0	−	تعریف‌نشده	+

$R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

روش کمکی $\rightarrow x^2$:
- کوچکترین مقدار $=0 \longrightarrow -4$
- بزرگترین مقدار $=+\infty \longrightarrow 3$

مخرج می‌تواند صفر شود $\Rightarrow$ خارج می‌شود

$R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

---

۵) ۱٫۷۵

روش اصلی $\rightarrow y\sin x+3y=2\sin x-1 \qquad 3y+1=2\sin x-y\sin x \qquad \sin x=\frac{3y+1}{2-y}$

$-1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1 \rightarrow -\frac{3}{2}\leq y\leq\frac{1}{4}$

کامل تو بنویس!! ... ؟

روش کمکی $\rightarrow \sin x$:
- کوچکترین مقدار $=-1 \longrightarrow -\frac{3}{2}$
- بزرگترین مقدار $=+1 \longrightarrow \frac{1}{4}$

$R_f=\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right]$

08/20/2025 17:27

آزمون نوروز (۱۸/۲۵)

۶) $x^2 - x + 1 = 0 \longrightarrow \Delta < 0 \longrightarrow$ عبارت همواره مثبت (ریشه ندارد) $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

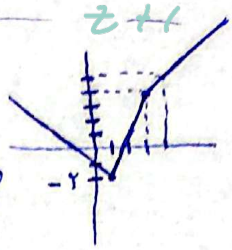
کوچکترین مقدار تابع $\alpha = \frac{1/4}{\frac{1}{1}} = 1/4$ $\quad x^2 - x + 1/4 < x^2 - x + 1 \Rightarrow R_f = [1/4, 1)$ ۰/۵

$R_g = [0, 1)$ $\quad \frac{t + \frac{1}{2}}{t+1} \longrightarrow$ max $t = +\infty \to 1$, min $t = -\frac{1}{2} \to 0$

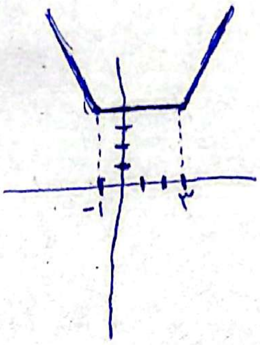
---

۷) الف)

	1		3	
$-2x+2+x-3$		$2x-2+x-3$		$2x-2-x+3$
$-x-1$	-2	$3x-5$	4	$x+1$



$R_f = [-2, +\infty)$ ۲



ب) $y = |x-3| + |x+1|$ $\quad R_f = [4, +\infty)$

---

۸) $|x-2| - |2x+2| \leq 1$ ۲

	-1		2	
$2-x+2x+2$		$2-x-2x-2$		$x-2-2x-2$

$x + 4 \leq 1 \qquad -3x \leq 1 \qquad -x - 4 \leq 1$

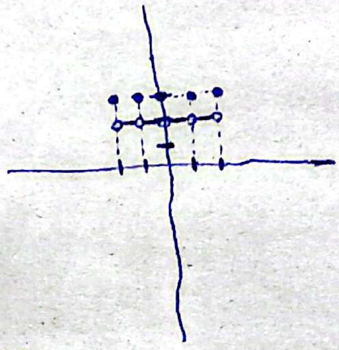
$x \leq -3 \qquad x \geq -1/3 \qquad x \geq -5 \rightarrow x \geq 2$

$\rightarrow -1/3 \leq x \leq 2$

$(-\infty, -3] \cup [-1/3, +\infty)$

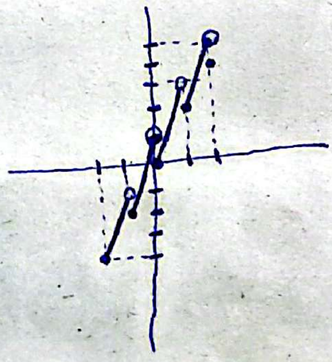
---

۹) الف) $y = [x] + [-x] + 3$ $\quad R_f = \{3, 2\}$



ب) $y = 3x - [x]$ ۲

$$\begin{cases} -2 \leq x < -1 \to 3x+2 \\ -1 \leq x < 0 \to 3x+1 \\ 0 \leq x < 1 \to 3x \\ 1 \leq x < 2 \to 3x-1 \end{cases}$$



$R_f = [-4, 5)$

---

۱۰) الف) $\sin x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \longrightarrow 1/4 - 1/2 + 1 = 3/4$ $\quad \sin x = 1 \longrightarrow y = 1$

$\sin x = -1 \longrightarrow y = 3$ $\quad R_f = [3/4, 3]$ ۲

ب) $\sin^2 x = -\frac{b}{2a} = -1/2$ ✗ $\quad \sin^2 x = 1 \longrightarrow y = 3 \quad \sin^2 x = 0 \longrightarrow y = 1$

$R_f = [1, 3]$