آرا آزادنیا

تکلیف شماره ۳

دوازدهم تجربی A

①

$y=\frac{x^۲+x+۱}{x-۱} \Rightarrow yx-y+x^۲+x+۱=۰=x^۲+(۱-y)x+y+۲$

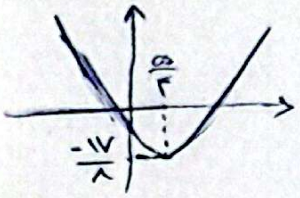
$\frac{y-۱\pm\sqrt{(۱-y)^۲-۴(y+۲)}}{۲} \rightarrow y^۲-۲y+۱-۴y-۸\geqslant۰ \rightarrow y^۲-۶y-۷\geqslant۰ \Rightarrow (y+۱)(y-۷)\geqslant۰$

$y\in\mathbb{R}-[-۱,۷)$

$\Rightarrow R=[-۱,۷)$

---

② الف) $y=۲x^۲-۵x+۱$



$\frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۴}=x$

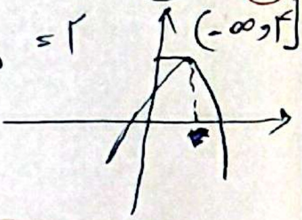
$\Rightarrow y=\frac{-۱۷}{۸}$

$R_f:[\frac{-۱۷}{۸},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵}$ تابع بدون در نظر گرفتن رادیکال رسم شده.

$\frac{-b}{۲a}=\frac{-۶}{-۲}=۳ \Rightarrow f(۳)=\sqrt{\underbrace{-۹+۱۸-۵}_{۴}}=۲$

$R_f=[۰,۲]$



ج) $y=\sqrt{\underbrace{x^۷-۳x^۲+۴x+۱}_{R}} \Rightarrow y=\sqrt{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\mathbb{R}^-$

د) $\log(\underbrace{x^۳-۶x^۲+۷x+۴}_{\mathbb{R}}) \Rightarrow R_f=\mathbb{R}$

$\log \mathbb{R}$

---

③ الف) $y=\frac{۳x+۱}{۲x+۶} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$

$\Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{۳}{۲}\}$

ب) $y=\sqrt{\underbrace{\frac{۴x+۱}{x-۲}}_{R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}}} \rightarrow R_f=\sqrt{\mathbb{R}-\{۴\}}$

$R_f=[۰,+\infty)-\{۲\}$

ج) $\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}}$ تابع به صورت $a+\frac{۱}{a}$

$\sqrt{x^۲+۳}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}=a+\frac{۱}{a}=\sqrt{۳}+\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

$\frac{۳+۱}{\sqrt{۳}}=\frac{۴}{\sqrt{۳}}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow R_f=[\frac{۴\sqrt{۳}}{۳},+\infty)$

د) $y=x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴}=x^۲+۴+\frac{۱}{x^۲+۴}=(a+\frac{۱}{a})-۴$ به علاوه و منهای ۴

$۴+\frac{۱}{۴}=\frac{۱۷}{۴}-۴=\frac{۱}{۴} \Rightarrow R_f=[\frac{۱}{۴},+\infty)$

---

④ الف) $y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \Rightarrow yx^۲-y=۳x^۲+۴ \Rightarrow ۳x^۲-yx^۲+۴+y=۰ \Rightarrow x^۲=\frac{-۴-y}{۳-y}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y+۴}{y-۳}} \rightarrow \frac{y+۴}{y-۳}\geqslant۰ \quad \begin{array}{ccccc} & -۴ & & ۳ & \\ + & ۰ & - & ت & + \end{array} \Rightarrow R_f=(-\infty,-۴]\cup(۳,+\infty)$

ب) $\longrightarrow$ به کمک تذکر $y=\frac{۳\infty+۴}{\infty-۱}=۳$ و $y=\frac{۴}{-۱}=-۴$

بیشترین مقدار

کمترین مقدار و مخرج قابلیت صفر شدن دارد

$R_f:(-\infty,-۴]\cup(۳,+\infty)$

⑤

الف) $y=\frac{۲\sin x-1}{\sin x+۳} \Rightarrow y\sin x+۳y-۲\sin x+1=0 \Rightarrow (۲-y)(\sin x)=۳y+1$

$\sin x=\frac{۳y+1}{۲-y}$

$-1\le\frac{۳y+1}{۲-y}\le 1 \Rightarrow ①\ \frac{۳y+1-۲+y}{۲-y}\le 0 \Rightarrow \frac{۴y-1}{۲-y}\le 0 \Rightarrow$ $\frac{1}{۴}$ ، ۲ ، $-\ +\ -$

$\Rightarrow ②\ \frac{۳y+1+۲-y}{۲-y}\ge 0 \Rightarrow \frac{۳y+۳}{۲-y}\ge$ محور $-\frac{۳}{۲}$ ، ۲ ، $-\ +\ -$

$\Big\}\ R_f=[-\frac{۳}{۲},\frac{1}{۴}]$

ب) $\xrightarrow{\text{تذکر}}$ ② بیشترین $f(1)=\frac{۲-1}{۴}=\frac{1}{۴}$ و ① کمترین $f(-1)=-\frac{۳}{۲}$ ①② : $R_f=[-\frac{۳}{۲},\frac{1}{۴}]$

⑥

الف) دامنه $y=\frac{x^۲-x+\frac{1}{۴}}{x^۲-x+1} \Rightarrow x^۲-x+1\ne 0$ و $\sqrt{b^۲-۴ac}=\sqrt{1-۴}$ ✗ ریشه ندارد

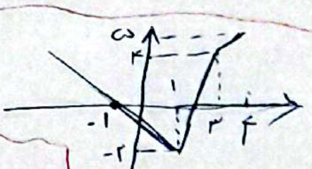
$D_f=R$

ب) برد $y=\frac{(x-\frac{1}{۲})^۲}{(x-\frac{1}{۲})^۲+\frac{۳}{۴}}=\frac{t^۲}{t^۲+\frac{۳}{۴}} \Rightarrow t=0 \Rightarrow y=0$ ، $t=+\infty \Rightarrow y=\frac{+\infty^۲}{+\infty^۲+\frac{۳}{۴}}=1$

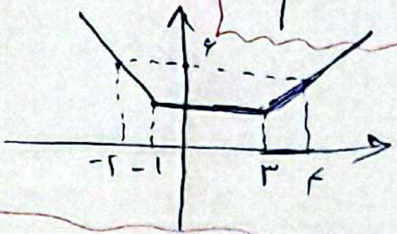
$R_f=[0,1)$ [illegible]

⑦

الف) $f(0)=-1,\ f(1)=-۲,\ f(۳)=۴,\ f(۴)=۵,\ f(-1)=0$



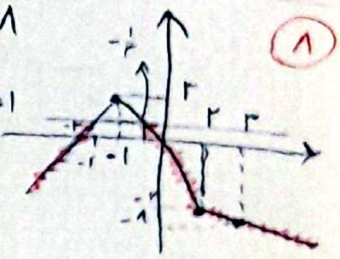
ب) $f(-1)=۴,\ f(-۲)=۶,\ f(۳)=۴,\ f(۴)=۶$



⑧

$|x-۲|-|۲x+۲|\le 1 \Rightarrow f(-1)=۳,\ f(-۲)=۲,\ f(۲)=-۶\ f(۴)=-۸$

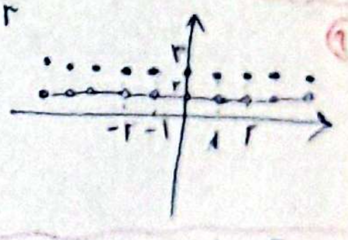
$y=1$ ، $(-\infty,-۳]\cup[-\frac{1}{۳},+\infty)$ ، جواب



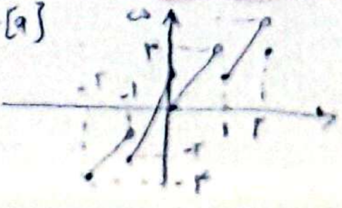
⑨

الف) $y=[x]+[-x]+۲$

$R_f=\{1,۲\}$



ب) $۲x-[x]$



$[۲]=۲$
$[1,۲) \Rightarrow ۲x-1$
$[0,1) \Rightarrow ۲x$
$[-1,0) \Rightarrow ۲x+1$
$[-۲,-1) \Rightarrow ۲x+۲$

⑩

الف) $y=\sin^۲x-\sin x+1$

بیشترین $f(1)=(1)-(1)+1=1$ ، کمترین $f(-1)=1+1+1=۳$

$\frac{-b}{۲a}=f(\frac{1}{۲})=\frac{1}{۴}-\frac{1}{۲}+1=\frac{۳}{۴} \Rightarrow R_f=[\frac{۳}{۴},۳]$

ب) $\sin^۴x+\sin^۲x+1$ بیشترین $f(1)=1+1+1=۳$

کمترین ، $0+0+1=1$ ، $\frac{-b}{۲a}=-\frac{1}{۲}=\sin^۲x$ ✗

$\Rightarrow R_f=[1,۳]$