۵/۳۱

شنتیا بهرامی

①

$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \Rightarrow y(x-۱)=x^۲+x+۲ \Rightarrow yx-y=x^۲+x+۲$

$\Rightarrow x^۲+(۱-y)x+(۲+y)=۰ \Rightarrow x=\frac{-(۱-y)\pm\sqrt{(۱-y)^۲-۴(۱)(y+۲)}}{۲(۱)}$ → زیر رادیکال $۰\leq$ ⊕

$\Rightarrow (۱-y)^۲-۴(y+۲)\geq۰ \Rightarrow y^۲-۲y+۱-۴y-۸\geq۰ \Rightarrow y^۲-۶y-۷\geq۰$

$\Rightarrow (y+۱)(y-۷)\geq۰ \quad \begin{array}{|ccccc} & -۱ & & ۷ & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array} \quad R_f=(-\infty,-۱]\cup[۷,+\infty)$

②

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱=۲(x-\frac{۵}{۴})^۲-\frac{۲۵}{۸}+۱=۲(x-\frac{۵}{۴})^۲-\frac{۱۷}{۸}$

$۰\leq(x-\frac{۵}{۴})^۲ \Rightarrow ۰\leq۲(x-\frac{۵}{۴})^۲ \Rightarrow -\frac{۱۷}{۸}\leq\underbrace{۲(x-\frac{۵}{۴})^۲-\frac{۱۷}{۸}}_{y} \Rightarrow R_f=[-\frac{۱۷}{۸},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵}=\sqrt{-(x-۳)^۲+۴} \Rightarrow ۰\leq(x-۳)^۲ \Rightarrow -(x-۳)^۲\leq۰$

$\Rightarrow -(x-۳)^۲+۴\leq۴ \Rightarrow ۰\leq\sqrt{-(x-۳)^۲+۴}\leq۲ \quad R_f=[۰,۲]$

ج) در عبارت چندجمله‌ای ~~زوج~~ که دارد با توان فرد برد R دارد و چون اعداد نامنفی را می‌توان داخل رادیکال قرار داد و اعداد نامنفی خارج می‌شوند لذا: $R_f=[۰,+\infty)$

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴)$

ب) $y = \sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}}$ $\frac{۴x+۱}{x-۲} \xrightarrow{R} \mathbb{R} - \{\frac{۴}{۱}\} \Rightarrow \boxed{R_f = [0, +\infty) - \{۴\}}$

۴.) $y = \frac{t^{۲}+۱}{۴}$ $f = \sqrt{x^{۴}+}$,

$R_f = [\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}, +\infty)$

③

اصلی $y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲+۱} \Rightarrow ۳x^۲+۴=yx^۲+y \Rightarrow (۳-y)x^۲=y+۴$

$\Rightarrow x^۲=\frac{y+۴}{۳-y}$

I) $۳-y\neq۰ \Rightarrow y\neq۳$

II) $\frac{y-۴}{۳-y}\geq۰$ $\begin{array}{c|ccccc} & & ۳ & & ۴ & \\ \hline & - & | & + & | & - \end{array}$

---

④

اصلی $y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \Rightarrow yx^۲-y=۳x^۲+۴ \Rightarrow (y-۳)x^۲=y+۴$

$\Rightarrow x^۲=\frac{y+۴}{y-۳} \Rightarrow \frac{y+۴}{y-۳}\geq۰ \Rightarrow$ $\begin{array}{c|ccccc} & & -۴ & & ۳ & \\ \hline & + & ۰ & - & \nexists & + \end{array}$ $\Rightarrow$ ~~$R_f=[-۴,$~~

$R_f=\mathbb{R}-(-۴,۳]$

روش تدکر: $y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱}$

$x^۲ \xrightarrow{+\infty}$ ~~[illegible]~~ $y\to۳$ (دلیل کش)

$x^۲ \xrightarrow{۰} y=\frac{۴}{-۱}=-۴$

(مخرج می‌تواند ۰ شود) $x=\pm۱ \Leftarrow x^۲=۱ \Leftarrow x^۲-۱=۰$ و

$\boxed{R_f=(-\infty,۴]\cup(۳,+\infty)}$ ~~[illegible]~~

---

⑤

اصلی $y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳} \Rightarrow y\sin x+۳y=۲\sin x-۱ \Rightarrow (y-۲)\sin x=-۳y-۱$

$\Rightarrow \sin x=-\frac{۳y+۱}{y-۲}=\frac{۳y+۱}{۲-y} \Rightarrow -۱\leq\frac{۳y+۱}{۲-y}\leq۱$

نامعادله

I) $\frac{۳y+۱}{۲-y}\leq۱ \Rightarrow \frac{۳y+۱}{۲-y}-۱\leq۰ \Rightarrow \frac{۴y-۱}{۲-y}\leq۰$ $\begin{array}{c|ccccc} & & \frac{۱}{۴} & & ۲ & \\ \hline & - & ۰ & + & \nexists & - \end{array}$ ~~$I_۱=[\frac{۱}{۴},\infty)$~~ ~~$I_۱=(-\infty,\frac{۱}{۴}]$~~

II) $\frac{۳y+۱}{۲-y}\geq-۱ \Rightarrow \frac{۳y+۱}{۲-y}+۱\geq۰ \Rightarrow \frac{۲y+۳}{۲-y}\geq۰$ $\begin{array}{c|ccccc} & & -\frac{۳}{۲} & & ۲ & \\ \hline & - & ۰ & + & \nexists & - \end{array}$ ~~$I_۲=(-\infty,-\frac{۳}{۲}]\cup(۲,+\infty)$~~

$\Rightarrow I_۱=(-\infty,\frac{۱}{۴}]\cup(۲,+\infty)\ ,\ I_۲=[-\frac{۳}{۲},۲)$

$\Rightarrow R_f=I_۱\cap I_۲=[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۴}]$

روش تذکر:

$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq \sin x+3 \leq 4 \Rightarrow$ مخرج ریشه ندارد

$$\sin x \begin{cases} \xrightarrow{1} \dfrac{2(1)-1}{(1)+3}=\dfrac{1}{4} \\ \xrightarrow{-1} \dfrac{2(-1)-1}{(-1)+3}=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_f=\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right]}$$

---

۶) برای دامنه کافی است مخرج صفر نشود.

$x^2-x+1\neq 0 \quad \Delta=(-1)^2-4(1)(1)=-3<0$

ریشه ندارد

$$\Rightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}}$$

اکنون برد را محاسبه می‌کنیم:

با استفاده از تذکر ۲ داریم:

$$f(x)=\frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}}=\frac{\square+\frac{1}{2}}{\square+\frac{5}{4}}$$

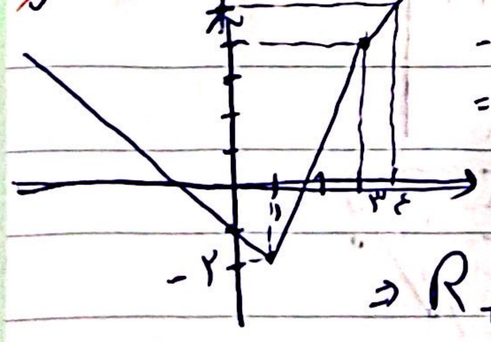
$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 \begin{cases} \xrightarrow{+\infty} \lim\limits_{\square\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{\square\to+\infty}\left(\dfrac{\square+\frac{1}{2}}{\square+\frac{5}{4}}\right)=1 \\ \xrightarrow{0} \dfrac{0+\frac{1}{2}}{0+\frac{5}{4}}=\dfrac{2}{5} \end{cases}$$

و با توجه به بخش بالاتر، بدست آوردیم $\Delta<0$ مخرج که یعنی ریشه ندارد و لذا

$$R_f=\left[\frac{2}{5},1\right]$$

---

۷) الف) $y=|2x-2|-|x-3|$



$1 \qquad 3$

$-2x+2+x-3 = -x-1$

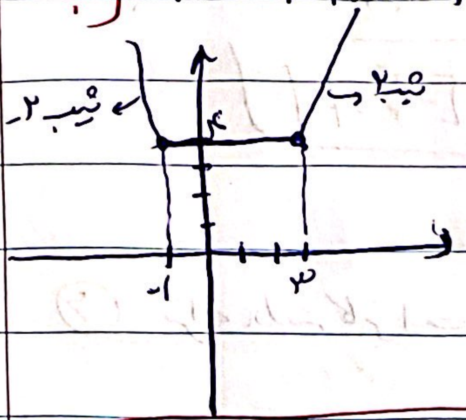
$2x-2+x-3 = 3x-5$

$2x-2-x+3 = x+1$

$\boxed{-2}$ $\boxed{4}$

$$\Rightarrow R_f=[-2,+\infty)$$

ب) $|x-۳|+|x+۱|$



$x<-۱$	$-۱\le x<۳$	$x\ge ۳$
$-x+۳-x-۱$ $=-۲x+۲$	$۳-x+x+۱$ $=۴$	$x-۳+x+۱$ $=۲x-۲$
	$\boxed{۴}$	$\boxed{۴}$

$R_f=[۴,+\infty)$

---

⑧

$|x-۲|-|۲x+۲|\le ۱ \Rightarrow$

$x<-۱$	$-۱\le x<۲$	$x\ge ۲$
$۲-x+۲x+۲\le ۱$ $\Rightarrow x\le -۳$	$۲-x-۲x-۲\le ۱$ $\Rightarrow ۳x\ge -۱$ $\Rightarrow x\ge -\frac{۱}{۳}$	$x-۲-۲x-۲\le ۱$ $\Rightarrow x\ge -۵$
$x\le -۳$	$-\frac{۱}{۳}\le x<۲$	$x\ge ۲$

~~$\Rightarrow R$~~

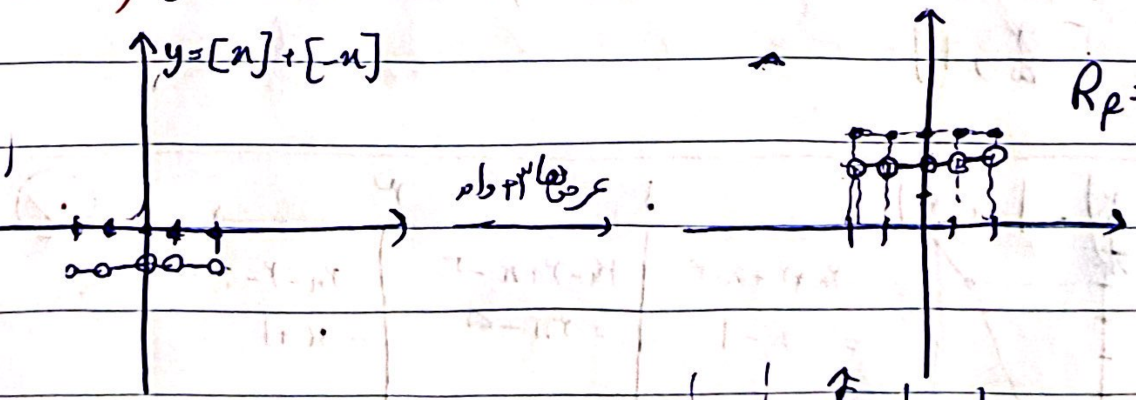
~~$\Rightarrow R-(-۳,-\frac{۱}{۳})$~~

جواب: $x\in(-\infty,-۳]\cup[-\frac{۱}{۳},+\infty)$

---

⑨

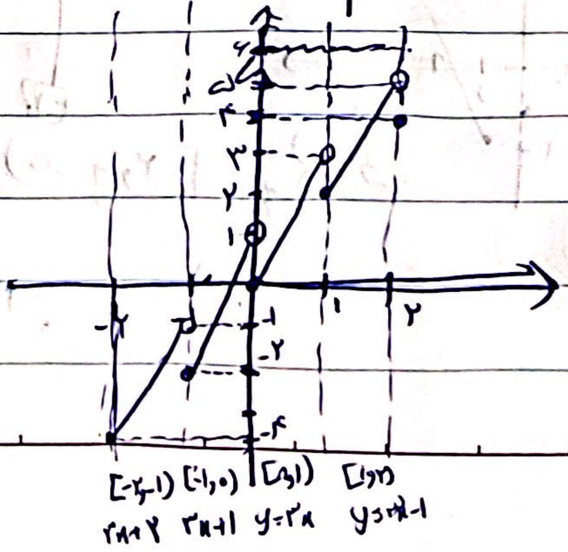
الف) $y=[x]+[-x]+۳$



$R_f=\{۲,۳\}$

ب) $y=۳x-[x]$

$R=[-۴,۵)$



$[-۲,-۱)$ $[-۱,۰)$ $[۰,۱)$ $[۱,۲)$

$۳x+۲$ $۳x+۱$ $y=۳x$ $y=۳x-۱$

Subject: Date: Mo Tu We Th Fr Sa Su

الف) $y = \sin^{۲}x - \sin x + 1 = at^{۲} + bt + c$ $(t = \sin x)$ ⑮

$\sin x \xrightarrow{1} 1 - 1 + 1 = 1$

$\xrightarrow{-1} 1 + 1 + 1 = ۳$

$-\frac{b}{۲a} = \frac{1}{۲} \rightarrow \frac{1}{۴} - \frac{1}{۲} + 1 = \frac{۳}{۴}$

$\Rightarrow \boxed{R_f = [\frac{۳}{۴}, ۳]}$

ب) $y = \sin^{۴}x + \sin^{۲}x + 1 = at^{۲} + bt + c$ $t = \sin^{۲}x$

$\sin^{۲}x \xrightarrow{max:1} 1 + 1 + 1 = ۳$

$\xrightarrow{min:0} 0 + 0 + 1 = 1$

$-\frac{b}{۲a} = -\frac{1}{۴} \rightarrow$ غ ق ق

$\Rightarrow \boxed{R_f = [1, ۳]}$