نام و نام خانوادگی ...آیلین پنجه فولادگران..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ......A......دوازدهم تجربی..

$y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow xy - y = x^2+x+2 \Rightarrow x^2 + (1-y)x + 2 + y = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow (1-y)^2 - 4(2+y) \geq 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 8 - 4y \geq 0$ 1

$y^2 - 6y - 7 \geq 0 \Rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0$ $\quad \frac{-1 \quad 7}{+ \; | \; - \; | \; +}$ $\quad \underline{y \leq -1}$ یا $y \geq 7$

جواب

الف) $2x^2 - 5x + 1 = y \Rightarrow [\frac{-b}{2a}, +\infty) \Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ برد تابع $[-\frac{17}{8}, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{-x^2+6x-5} \Rightarrow y^2+5 = -x^2+6x \Rightarrow x^2-6x+9-9 = -y^2-5 \Rightarrow (x-3)^2 - 9 = -y^2+4 = (x-3)^2$ 2

$\sqrt{-y^2+4} = x-3 \Rightarrow x = \sqrt{-y^2+4}+3 \Rightarrow -y^2+4 \geq 0 \Rightarrow y^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq y \leq 2$ ① $\quad y \geq 0$ ② برد تابع $\Rightarrow 0 \leq y \leq 2$

ج) $\underbrace{x^3 - 3x^2 + 4x + 1}_{R}$ $\underbrace{\sqrt{x}}_{R}$ $[0, +\infty) \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

د) برد هر تابع با فرد R است پس برد این تابع R است

الف) $\frac{3x+1}{2x-6} \Rightarrow R_f = R - \{\frac{a}{c}\} = R - \{\frac{3}{2}\}$

ب) $\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \Rightarrow R_f = R - \{\sqrt{\frac{a}{c}}\} \Rightarrow R - \{\sqrt{4}\} \Rightarrow R - \{2\}$ 3

ج) $\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\text{شود}]{\text{a نمی‌تواند یک}}$ $\min\limits_{\sqrt{x^2+3}}$ مقدار $= \sqrt{3} \Rightarrow [\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty) = [\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$

د) $x^2 + \frac{1}{x^2+4} \to x^2+4 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \xrightarrow[\text{اپسیلون ندارد}]{\text{a ثابت است}}$ x^2+4 کمترین مقدار $4 \to 4 + \frac{1}{4} - 4 = \frac{1}{4}$

$R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$

روش دوم $\quad \frac{3x^2+4}{x^2-1} \xrightarrow[x^2]{\text{حدود عبارت}}$ $+\infty \to 3$ نمی‌تواند بشود $\quad 0 \to -4$ شامل شدن دارد $\quad (-\infty, -4] \cup (3, +\infty) = R_f$ 4

روش اصلی: $y = \frac{3x^2+4}{x^2-1} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$ $\quad \frac{y+4}{y-3} \geq 0$ $\quad \frac{-4 \quad 3}{+ \; | \; - \; | \; +}$ $\quad y \leq -4$ یا $y > 3$

$x^2 y - y = 3x^2+4 \Rightarrow x^2(y-3) = (y+4)$ $\quad y \neq 3$

روش دوم:

$\sin x$ حدود $\Rightarrow -1, 1 \to \begin{cases} -1 \to \frac{-3}{2} \\ 1 \to \frac{1}{4} \end{cases}$ شامل می‌شود / نمی‌تواند شامل شود $\quad [\frac{-3}{2}, \frac{1}{4}]$

روش اصلی 5

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \Rightarrow y\sin x + 3y = 2\sin x - 1 \Rightarrow 3y+1 = 2\sin x - y\sin x$

$\Rightarrow \frac{3y+1}{2-y} = \sin x \Rightarrow \underbrace{-1 \leq \overbrace{\frac{3y+1}{2-y} \leq 1}^{②}}_{①} \xrightarrow{①} \frac{3y+1+2-y}{2-y} \geq 0 \Rightarrow \frac{2y+3}{2-y} \geq 0$

$\frac{\frac{-3}{2} \quad 2}{- \; | \; + \; | \; -}$ $\quad [\frac{-3}{2}, 2)$ ① $\quad$ | ② $\quad \frac{3y+1}{2-y} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{4y-1}{2-y} \leq 0$ $\quad \frac{\frac{1}{4} \quad 2}{- \; | \; + \; | \; -}$ $\quad y \leq \frac{1}{4}$ یا $y > 2$ ②

$① \cap ②$ $\quad [\frac{-3}{2}, \frac{1}{4}]$

۶

$y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} \Rightarrow D_f = R - \{ریشه مخرج\}$ Δ مخرج منفی پس ریشه ندارد $\boxed{D_f = R}$

$\Delta < 0$

برد تابع $x^2 - x \Rightarrow [-\frac{1}{4}, +\infty)$

$R \xrightarrow{x^2 - x} [-\frac{1}{4}, +\infty) \xrightarrow{\frac{x+\frac{1}{4}}{x+1}} [0, +1)$

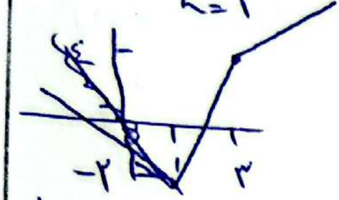
برای پیدا کردن برد از ترکیب تابع استفاده کردم

$x^2 - x$ را گرفتیم داخل $\frac{x+\frac{1}{4}}{x+1}$ و برد تابع را پیدا کردیم

۷

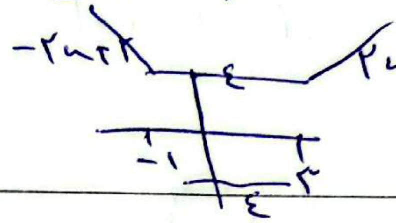
الف) $||2x-2| - |x-3||$ $x=1$ $x=3$

$-x-1 \quad | \quad 3x-5 \quad | \quad 2x-2-x+3 = x+1$



$R_f = [-2, +\infty)$

$|x-3| + |x+1|$ تابع گلدونی $x=3$ $x=-1$



$R_f = [4, +\infty)$

۸

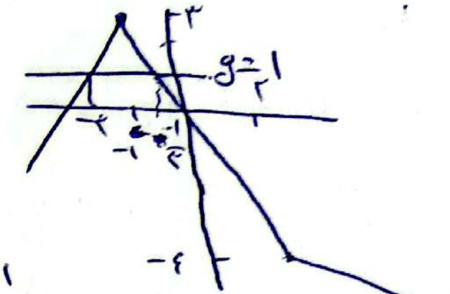
$|x-2| - |2x+2| \le 1$ $x=2$ $x=-1$

$-1 \quad 2$

$x+4 \quad | \quad -3x \quad | \quad -x-4$

$2x+2-x+2 = x+4 \quad -2x-2-x+2 = -3x \quad -2x-2+x-2 = -x-4$

$x+4=1 \quad x=-3 \qquad -3x=1 \quad x=-\frac{1}{3}$



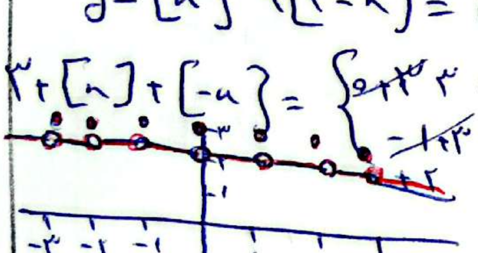
$R_f = (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

۹

~~$y = \sin^2 x - \sin x + 1$~~

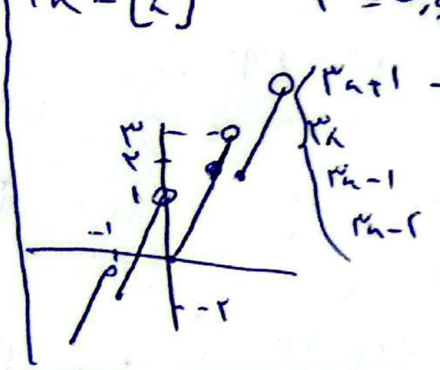
$y = [x] + [3-x] = [x] + [-x] + 3$

$3 + [x] + [-x] = \begin{cases} \cancel{0+3} \ 3 & x \in Z \\ \cancel{-1+3} \ 2 & x \notin Z \end{cases}$



رسم عبارت $3x - [x]$ = ۳

$\begin{cases} 3x+1 & -1 \le x < 0 \\ 3x & 0 \le x < 1 \\ 3x-1 & 1 \le x < 2 \\ 3x-2 & 2 \le x < 3 \end{cases}$



۱۰

$y = \sin^2 x - \sin x + 1 \longrightarrow \begin{cases} -1 \to +1+1+1 = 3 \\ +1 \to 1-1+1 = 1 \\ \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \to \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} \end{cases}$ $\quad R_f = [\frac{3}{4}, 3]$

$y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1$

$(\sin^2 x)^2$

$\sin^2 x \ne -\frac{1}{2}$ $\rightarrow \begin{cases} -1 \to 3 \\ 0 \to 1 \\ -\frac{1}{2} \to \end{cases}$ قابل قبول نیست زیرا $\Rightarrow R_f = [1, 3]$