

$$x = \frac{z^2 + z + 2}{z - 1} \rightarrow yz - x = z^2 + z + 2 \rightarrow z^2 + z(1 - y) + 2 + y = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(2+y)}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0$$

$$\rightarrow (1-y)^2 - 4(2+y) \geq 0 \rightarrow 1 + y^2 - 2y - 8 - 4y - 4 \geq 0 \rightarrow y^2 - 6y - 11 \geq 0$$

$$\rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0 \rightarrow \text{تعیین علامت} \rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

$$\text{الف) } x = 2z^2 - 2z + 1 \quad \text{ب) } y = \sqrt{-z^2 + 4z - 5} \quad z_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \quad \text{ج) } y = \sqrt{z^2 - 2z^2 + 4z + 1}$$

چون تابع درجه دوم است و ضرایب آن مثبت است، پس در $z_{\min}$ به بیشترین مقدار می‌رسد. $z_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(-2)} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$ $y_{\min} = \sqrt{-(-\frac{1}{2})^2 + 4(-\frac{1}{2}) - 5} = \sqrt{-\frac{1}{4} - 2 - 5} = \sqrt{-\frac{29}{4}}$ $\rightarrow R_x = [-\frac{29}{4}, +\infty)$

برای تابع $y = \sqrt{-z^2 + 4z - 5}$ داریم: $z_{\max} = 1$ $y_{\max} = 4$ $R_y = [-\infty, 4]$

برای تابع $y = \sqrt{z^2 - 2z^2 + 4z + 1}$ داریم: $R_y = \sqrt{1R} = [0, +\infty)$

$$\rightarrow \log(z^2 - 4z^2 + 4z + 1) \quad R = (-\infty, +\infty)$$

$$\text{الف) } x = \frac{3x+1}{2x-4} \quad \text{ب) } y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \rightarrow R_y = \sqrt{R - \{4\}} = [0, +\infty) - \{4\}$$

برای تابع $x = \frac{3x+1}{2x-4}$ داریم: $R_x = R - \{4\}$

برای تابع $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ داریم: $R_y = [4, +\infty)$

$$\text{ج) } x = \frac{z^2 + 4}{\sqrt{z^2 + 3}} = \frac{z^2 + 3 + 1}{\sqrt{z^2 + 3}} = \frac{z^2 + 3}{\sqrt{z^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{z^2 + 3}} = \sqrt{z^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{z^2 + 3}}$$

تقریب مقدار $\sqrt{z^2 + 3}$ را می‌توانیم به دست آوریم: $R_x = [\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$

$$y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \quad \text{روش اول: } x = \frac{3y^2 + 4}{y^2 - 1} \rightarrow xy^2 - x = 3y^2 + 4 \rightarrow 2y^2 - 3y^2 = 4 + x$$

$$\rightarrow y^2(x-3) = 4+x \rightarrow y^2 = \frac{4+x}{x-3} \rightarrow y = \sqrt{\frac{4+x}{x-3}} \quad \text{تعیین علامت}$$

چون مخرج می‌تواند صفر شود و $+$ و $-$ در مخرج این دو عدد: $R_x = (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$

روش دیگر: $x = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1}$ $\rightarrow y = -4$ $\rightarrow R_x = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

$$y = \frac{y \sin x - 1}{\sin x + 3} \quad \text{روش اول: } x = \frac{y \sin y - 1}{\sin y + 3} \rightarrow x \sin y + 3x = y \sin y - 1 \rightarrow x \sin y - y \sin y = -1 + 3x$$

$$\rightarrow \sin y(x-y) = -1 + 3x \rightarrow \sin y = \frac{-1 + 3x}{y-x} \rightarrow -1 \leq \frac{-1 + 3x}{y-x} \leq 1$$

چون مخرج را نمی‌توانیم به دست آوریم: $R_x = \emptyset \cap \emptyset = [-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}]$

روش دیگر: $\sin y = \frac{-1 + 3x}{y-x}$ $\rightarrow R_x = [-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}]$

$$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$$

$$x^2 - x + 1 \neq 0 \rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 = -3 \quad \text{ریشه ندارد و } \Delta < 0$$

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$\frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} \quad \frac{x^2 - x = t}{\text{تغییر متغیر}} \quad \frac{t + \frac{1}{4}}{t + 1} \quad t = -\frac{1}{4} \rightarrow x = 0$$

$$t = +\infty \rightarrow x = 1$$

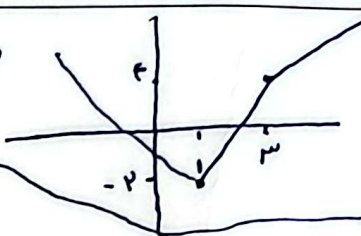
$$R_y = \left[\frac{1}{5}, 1 \right)$$

چون خارج نمی تواند صفر
شماره دهنه برد بین این دو عدد است

$$\text{الف) } y = |2x - 2| - |x - 2|$$

$$R_y = [-2, +\infty)$$

$$\begin{array}{c|c|c} 1 & 3 & \\ \hline 2-2x-2+x & 2x-2-2+x & 2x-2-2+x \\ \hline -x-1 & x-4 & x-4 \end{array}$$



$$\text{ب) } y = |x-2| + |x+1|$$

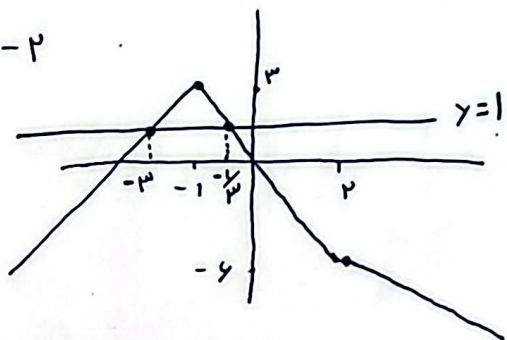
$$\begin{array}{c|c|c} -1 & 3 & \\ \hline 3-x-2-1 & 2-2+x+1 & x-2+x+1 \\ \hline -x & x & x-1 \end{array}$$

$$R_y = [2, +\infty)$$

$$|x-2| - |2x+2|$$

$$\begin{array}{c|c|c} -1 & 2 & \\ \hline 2-x+2x+2 & 2-x-2x-2 & x-2-2x-2 \\ \hline x+4 & -3x-4 & -x-4 \end{array}$$

$$\text{دامنه جواب} \rightarrow (-\infty, -3] \cup \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$$

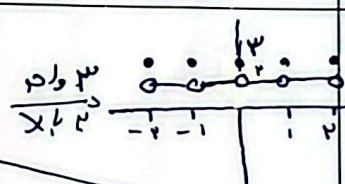
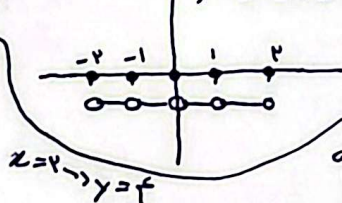


$$\text{الف) } y = [x] + [3-x] = [x] + [-x] + 3$$

$$\text{ب) } y = 3x - [x] \quad x \in (-2, 2)$$

$$\begin{aligned} -2 < x < -1 &\rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 2x + 2 \\ -1 < x < 0 &\rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 2x + 1 \\ 0 < x < 1 &\rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 2x \\ 1 < x < 2 &\rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2x - 1 \end{aligned}$$

$$y = [x] + [-x]$$



$$\text{الف) } y = \sin^2 x - \sin x + 1$$

$$\sin x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-1)}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \text{ min}$$

$$\sin x = 1 \rightarrow y = 1$$

$$\sin x = -1 \rightarrow y = 3 \text{ max}$$

$$\rightarrow R_y = \left[\frac{3}{4}, 3 \right]$$

$$\text{ب) } y = \sin^2 x + \sin^2 x + 1$$

$$\sin^2 x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} \text{ د. د. د.}$$

$$\sin^2 x = 1 \rightarrow y = 3 \text{ max}$$

$$\sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1 \text{ min}$$

$$\rightarrow R_y = [1, 3]$$