

$$y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1} \rightarrow yx - y = x^2 + x + 1 \rightarrow x^2 + (1 - y)x + (1 + y) = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{y - 1 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0$$

$$y^2 - 4y - 7 \geq 0 \rightarrow (y + 1)(y - 7) \geq 0 \rightarrow \frac{x}{y} + \frac{-1}{1} - \frac{7}{1} + \rightarrow R_f = R - (-1, 7)$$

الف) $a > 0 \rightarrow \min \checkmark S = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} \rightarrow y = \frac{-17}{8} \rightarrow R_f = [-\frac{17}{8}, +\infty)$

ب) $a < 0 \rightarrow \max \checkmark S = \frac{-b}{2a} = 3 \rightarrow y = 4 \rightarrow \sqrt{(-\infty, 4]} \rightarrow R_f = [0, 4]$

ج) $R_f = \sqrt{R} \rightarrow R_f = [0, +\infty)$

د) $R_f = R \rightarrow R_f = R$
 مابین تابع و هر عددی در بازه $(0, +\infty)$ می توانیم به هم اگر توان هر عددی باشد

الف) $R_f = R - \{\frac{a}{c}\} \rightarrow R_f = R - \{\frac{3}{2}\}$

ب) $R_f = R - \{\frac{a}{c}\} \rightarrow R_f = \sqrt{R - \{1\}} \rightarrow R_f = [0, +\infty) - \{1\}$

ج) $\frac{x^2 + 3 + 1}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} \rightarrow \sqrt{x^2 + 3} \geq 0 \rightarrow R_f = [2, +\infty)$

د) $R_f = R \rightarrow R_f = R$
 کمتر مقدار برد درازای $x = 0 \rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow R_f = [\frac{1}{2}, +\infty)$

1) $yx^2 - y = 3x^2 + 4 \rightarrow (y - 3)x^2 = y + 4 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y + 4}{y - 3}} \rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$

2) چون خارج صفر $\rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$

صفر می شود پس بازه قابل قبول خارج از این اعداد است

1) $y \sin x + 3y = 2 \sin x - 1 \rightarrow (y - 2) \sin x = -3y - 1 \rightarrow \sin x = \frac{-3y - 1}{y - 2}$

$$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}]$$

2) چون خارج صفر نمی شود پس بازه قابل قبول بین این اعداد است

$$\left. \begin{array}{l} \max x = 1 \rightarrow \frac{1}{2} \\ \min x = -1 \rightarrow -\frac{3}{2} \end{array} \right\} R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}]$$

$$D_f = R - \left\{ \text{برشهای افقی} \right\} \rightarrow \Delta < 0 \text{ است بنابراین افق همواره + بوده} \rightarrow D_f = R$$

$$y = \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \rightarrow \frac{3}{4}y + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\frac{3}{4}y}{y-1}$$

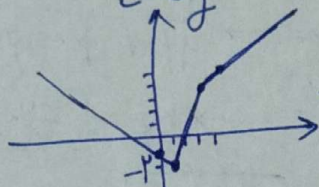
$$x = \pm \sqrt{\frac{3y}{4-y}} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3y}{4-y} \geq 0 \rightarrow R_f = [0, 1)$$

الف) $x_1 = 1$
 $x_2 = 3$

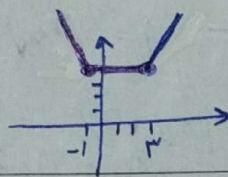
چند ضابطه ای کردن

$$\begin{cases} x+1 & x > 3 \\ 3x-5 & 1 \leq x \leq 3 \\ -x-1 & x < 1 \end{cases}$$

تابع قطبی است $\rightarrow y = |x-3| + |x+1|$



$$R_f = [-2, +\infty)$$



کف تابع = تفاضل برشها

$$|-1-3| = 4$$

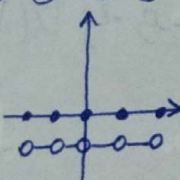
$$R_f = [4, +\infty)$$

$x < -1$	$-1 \leq x \leq 2$	$x > 2$
$ x+1 $ و $ x-3 $	$ x+1 $ و $ x-2 $	$ x+1 $ و $ x-3 $
$x+4 \leq 1$	$-x+2-2x-2 \leq 1$	$x-2-2x-2 \leq 1$
$x \leq -3$	$-3x \leq 1$	$-x-4 \leq 1$
	$x \geq -\frac{1}{3}$	$x \geq -5$

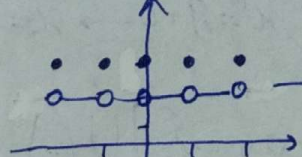
$$(-\infty, -3] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$$

$$x \in [-5, -3] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$$

الف) $y = [x] + [3-x] \rightarrow y = [x] + [-x] + 3 \rightarrow$ نمودار $[x] + [-x]$ را سوار کردیم
بالا انتقال می دهیم

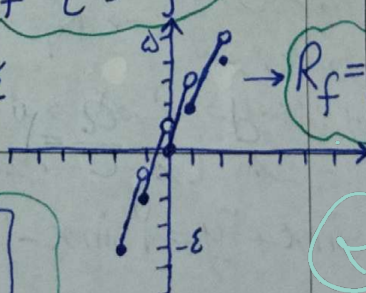


3 واحد به سمت بالا



$$R_f = \{2, 3\}$$

ب) $-2 \leq x < -1 \rightarrow y = 3x+2$ $0 \leq x < 1 \rightarrow y = 3x$ $x=2 \rightarrow y=4$
 $-1 \leq x < 0 \rightarrow y = 3x+1$ $1 \leq x < 2 \rightarrow y = 3x-1$



$$R_f = [-4, 5)$$

الف) $\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{3}{4} \min$

$$R_f = \left[\frac{3}{4}, 3\right]$$

$\sin x = 1 \rightarrow y = 1$ ✓
 $\sin x = -1 \rightarrow y = 3 \max$ ✓

ب) $\sin^2 x = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2}$ ✗

$\sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1$ ✓
 $\sin^2 x = 1 \rightarrow y = 3$ ✓

$$R_f = [1, 3]$$