

الف) $y = (x - 2[\frac{x}{2}])^2 = (2(\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}]))^2 = 4(\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}])^2$ (۲)
 $0 \leq \frac{x}{2} - [\frac{x}{2}] < 1 \Rightarrow 0 \leq (\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}])^2 < 1 \Rightarrow 0 \leq 4(\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}])^2 < 4 \Rightarrow R = [0, 4]$
 ب) $\log y = \sin x + 4 \Rightarrow y = 10^{\sin x + 4}$
 $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 3 \leq \sin x + 4 \leq 5 \Rightarrow 1000 \leq 10^{\sin x + 4} \leq 100000 \Rightarrow R = [10^3, 10^5]$ ✓

۱) $y = \sqrt{x} \Rightarrow y \geq 0$
 ۲) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ $\begin{cases} x^2 > 9 \\ x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x > 3 \text{ or } x < -3$
 $\Rightarrow$ منحنی توانده منفرجه $\Rightarrow R = [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$
 $a+b+c = 0 + \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$ ✓ (۲)

الف) $x + \frac{1}{x} \geq 2$ $\left\{ \begin{array}{l} x + \frac{1}{x} \geq 2 \\ |x + \frac{1}{x}| \geq 2 \end{array} \right\} \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$ $\begin{matrix} \xrightarrow{\text{max}} \infty \\ \xrightarrow{\text{min}} 2 \\ \xrightarrow{\frac{b}{a}} -1 \end{matrix} \begin{matrix} f(x) = \infty \\ f(x) = 2 + 2\sqrt{2} \\ \end{matrix} \Rightarrow R = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$ ✓
 ب) $y = (2 - \sin x)(1 + \sin x) = -\sin^2 x + 2\sin x + 2$
 $R = [0, 4]$ ✓
 $\begin{matrix} \xrightarrow{+1} y = 4 \\ \xrightarrow{-1} y = 0 \end{matrix} \Rightarrow y \in [0, 4]$ (۲)

روایع اعضای برد این تابع یک دنباله حسابی با جمله اول $\frac{29}{3}$ و قدر نسبت $\frac{1}{3}$ است $\{ \frac{29}{3}, \frac{28}{3}, \frac{27}{3}, \dots, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 \}$
 $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$ $S_9 = \frac{9}{2} (2 \times \frac{29}{3} + (9-1)(-\frac{1}{3}))$ (۱,۵۵)
 $= \frac{9}{2} (\frac{58}{3} - \frac{8}{3}) = 51$ $S_n = 51$
 $a_1 = f(1) = -\frac{1}{e}(1) + 1 = \frac{29}{3}$

چون تابع رابطه $[2, +\infty)$ تعریف می شود، جدول تعیین علامت عبارت زیر را در کمال $\frac{2}{-x} + \frac{1}{x}$ بنویسید.
 عبارت درجه اول $ax^2 + bx + c = 0$ $\Rightarrow -\frac{c}{b} \geq 2$ و $a > 0$ ✓
 $f(x) = \sqrt{3b+c} = \sqrt{3b-2b} = \sqrt{b} = 1 \Rightarrow b=1$ و $c=-2$ (۲)
 $g(x) = \sqrt{x^2 + 0(x) - 2(-2)} = \sqrt{x^2 + 4}$
 $0 \leq x^2 < +\infty \Rightarrow 4 \leq x^2 + 4 < +\infty \Rightarrow 2 \leq \sqrt{x^2 + 4} < +\infty \Rightarrow R_g = [2, +\infty)$ ✓

	$y = kx$ $y = x-2 - x-1 $ K از مبدأ مختصات می‌گذرد و برای اینکه معادله ۲ جواب داشته باشد باید از نقطه $(2, 0)$ نیز بگذرد $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{0 - (-1)}{2 - 2} = -\frac{1}{0} = K$	۶
ب) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & ; x > 0 \\ -x^2 - x & ; x < 0 \end{cases}$	الف) $-2 < x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = -2x$ $-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = -x$ $0 < x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 0$ $1 < x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = x$ $x = 2 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow y = 2x$ $R_f = [-2, 2]$ $R_f = [0, 4] - \{2\}$	۷
$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{x+1+x}{x(x+1)} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x}$ $\frac{2x+2}{x^2+x} \cdot \frac{x(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{2}{x} \neq 0 \Rightarrow y \neq 0$ $y \neq -2$ $R = \mathbb{R} - \{0, -2\}$ $a+b = -2+0 = -2$		۸
$f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)^2} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1}$ چون دانه عبارت سهاره شده برابر دانه f است بنابراین با ساده کردن f تغییری در بردار آن ایجاد نمی‌شود $\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1$ $\xrightarrow{x \rightarrow \infty} 1$ مخرج می‌تواند صفر شود $\Rightarrow (-\infty, 0) \cup [2, +\infty) = R_f$		۹
$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{x^3 - x + 2x^2 - 2}{x^2 - 1} = \frac{x(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1)}{x^2 - 1} = \frac{(x+2)(x^2 - 1)}{x^2 - 1}$ $= x+2$	 $R_f = \mathbb{R} - \{1, 2\}$ $1+2=3$	۱۰