

①

$$(x - 2\sqrt{\frac{x}{p}})^2 \Rightarrow (2(\frac{x}{p} - \sqrt{\frac{x}{p}}))^2$$

$$0 < p(x) < 1 \Rightarrow 0 < 2p(x) < 2 \Rightarrow 0 < (2p(x))^2 < 4 \Rightarrow R = [0, 2]$$

$$y = \sin x - 4 \Rightarrow y + 4 = \sin x \Rightarrow -1 \leq y + 4 \leq 1 \Rightarrow -5 \leq y \leq -3$$

$$\Rightarrow -5 \leq y \leq -3 \Rightarrow R = [-5, -3]$$

②

برای به دست آوردن برد تابع  $f$  می توانیم کمترین و بیشترین مقدار  $x$  را از دامنه قرار داده و بر روی تابع قرار می دهیم (مقدار  $x$  را به تابع می دهیم و به دست می آوریم) و به این ترتیب می توانیم به دست آوریم که  $f$  چه مقدار می گیرد. (یعنی اعداد منفی خبره برد نیستند)

$$x_{\min} = 0 \rightarrow f(0) = \sqrt{\frac{-4}{9}} = \frac{2}{3}, \quad x_{\max} = +\infty \rightarrow f(+\infty) = 1$$

$$R_f = [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$$

حدین  $x$  می تواند هر عددی باشد.

$$\Rightarrow a = 0, b = \frac{2}{3}, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 0 + \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

③

$$x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 = 1 \Rightarrow (\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1)^2 - 1 = 0$$

از آنجا که عبارت  $x + \frac{1}{x}$  عبارت از یک عدد مثبت است پس باید  $x > 0$  باشد و این را داریم:

$$x > 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} \geq \sqrt{2} \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 \geq \sqrt{2} + 1$$

④

$$\rightarrow (\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1)^2 \geq 3 + 2\sqrt{2} \rightarrow (\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1)^2 - 1 \geq 2 + 2\sqrt{2} \rightarrow R = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$$

$$y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) \Rightarrow 3 + 3\sin x - \sin x - \sin^2 x = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$$

$$\begin{cases} \sin x = 1 \rightarrow y = 4 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow y = 2 \\ \sin x = -1 \rightarrow y = 0 \end{cases} \Rightarrow R = [0, 4]$$

✓

$$f(x) = \frac{-x}{x^2 + 1}, \quad D_f = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$$

1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10

$$f(x) = \left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{3}\right), \left(3, \frac{1}{4}\right), \left(4, \frac{1}{5}\right), \left(5, \frac{1}{6}\right), \left(6, \frac{1}{7}\right), \left(7, \frac{1}{8}\right), \left(8, \frac{1}{9}\right), \left(9, \frac{1}{10}\right) \right\}$$

$$\Rightarrow R_f = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10} \right\}$$

Parsian

$$\text{جمع اعداد} = \sqrt{55}$$



⑤ اگر قرار بود تابع  $f$  یک عبارت درجه دوم زیر را بدیقل باشد باید دامنه آن به صورت  $[x_1, x_2]$  یا  $(-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$  باشد. اما چون اینگونه نیست نتیجه می‌گیریم تابع درجه اول است. بنابراین:  $a=0$  ✓

$\Rightarrow bx+c > 0 \xrightarrow{x=2} 2b+c=0 \Rightarrow b=1 \Rightarrow c=-2$  (۲)

$f(3)=1 \Rightarrow \sqrt{3b+c}=1 \Rightarrow 3b+c=1$

$\Rightarrow g(x)=\sqrt{x^2+4} \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow x^2+4 > 4 \Rightarrow \sqrt{x^2+4} > 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$  ✓

⑥ ابتدا مقدار  $|x-2| - 1x - 1$  را به صورت آبیاری می‌نویسیم و رسم می‌کنیم:

می‌دانیم نمودار  $Kx$  یک خط راست است که عرض از مبدأ ندارد. برای آنکه این نمودار  $(Kx)$  بتواند تابع سرسره‌ای باشد نقطه تقاطع آن با محور است که می‌توان از محل تقاطع در حل مسئله‌ای بهیسه بخوبی نقطه  $(1, -1)$  از گرافی خود نمودار از نقطه (مده) عبور می‌کنیم. پس باید این داریم:

$K = \frac{-1}{2}$  ✓ (۲)

⑦

|       |               |
|-------|---------------|
| $x$   | $x > 2$       |
| $x$   | $2 < x < 1$   |
| $0$   | $1 < x < 0$ ✓ |
| $-2x$ | $-1 < x < -2$ |

$y = x|x| \Rightarrow$

$x^2 - x ; x > 0$  ✓

$-x^2 - x ; x < 0$  ✓

$R_f = [0, 4] - \{2\}$  (۱/۵)

$R_f = [-2, 2]$

⑧  $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \Rightarrow \frac{x+1+x+1}{x^2+x} - \frac{2(x+1)}{x(x+1)} \Rightarrow y = \frac{2}{x} \quad (x \neq -1)$  ✓

آنچه که تابع می‌خواهد بداند این است که هرگاه  $x$  از گراف  $y = \frac{2}{x}$  عبور کند،  $x$  نمی‌تواند  $-1$  باشد پس باید از این عدد در تابع منفرجه می‌شود. پس باید  $-1$  را از دامنه حذف کنیم.  $R = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ✓

پس بدست می‌آید:  $a+b = -2$  ✓

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \quad (x \neq 1)$$

آشوبی داریم در انتهای  $x$  را به تابع می‌دهیم

و چون می‌دانیم تابع صعودی شود خارج از محدوده را در نظر می‌گیریم

$$\min(\sqrt{x}) = 0 \Rightarrow f(0) = 3 \quad \max(\sqrt{x}) = +\infty \Rightarrow f(+\infty) = 1$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$$

$$R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$$

۱۴) چون مجموع فرایب عبارت چند جمله‌ای در صورت کسر برابر صفری باشد بنابراین آن را بر  $x-1$  تقسیم می‌کنیم

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 2}{-x^3 + x^2} \Big| \frac{x-1}{x^2 + 3x + 2} \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 2 \\ -x^2 + x^2 \\ \hline 2x - 2 \\ -2x + 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = x + 2 \quad (x \neq \pm 1)$$

$$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

بنابراین خارج این دو عدد برابر ۴ می‌شود