

①

$$(x - 2\sqrt{\frac{x}{p}})^2 \Rightarrow (2(\frac{x}{p} - \sqrt{\frac{x}{p}}))^2$$

$$0 < p(x) < 1 \Rightarrow 0 < 2p(x) < 2 \Rightarrow 0 < (2p(x))^2 < 4 \Rightarrow R = [0, 2]$$

$$y = \sin x - 4 \Rightarrow y + 4 = \sin x \Rightarrow -1 \leq y + 4 \leq 1 \Rightarrow -5 \leq y \leq -3$$

$$\Rightarrow 10^3 \leq y \leq 10^5 \Rightarrow R = [10^3, 10^5]$$

براهین آزمون برد تابع f می توان کمترین و بیشترین مقدار x را از تابع f را در برداریم (مقدار x را به خروجی داشته باشیم، یعنی خروجی تبدیل می شود به تابع f ، خروجی y در محدوده است) فقط به دلیل حضور رادیکال باید از هر دو طرف رادیکال بگیریم (یعنی اعداد منفی خبره برد نیست)

$$x_{\min} = 0 \rightarrow f(0) = \sqrt{\frac{-4}{9}} = \frac{2}{3}, x_{\max} = +\infty \rightarrow f(+\infty) = 1$$

$$R_f = [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$$

حدین خروجی می تواند ضرب شود:

$$\Rightarrow a = 0, b = \frac{2}{3}, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 0 + \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 = 1 \Rightarrow (\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1)^2 - 1 = 0$$

از آنجا که عبارت $x + \frac{1}{x}$ عبارت از یک عدد مثبت است، پس باید $x > 0$ باشد پس داریم:

$$x > 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} \geq \sqrt{2} \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 \geq \sqrt{2} + 1$$

$$\rightarrow (\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1)^2 \geq 3 + 2\sqrt{2} \rightarrow (\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1)^2 - 1 \geq 2 + 2\sqrt{2} \rightarrow R = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$$

$$y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) \Rightarrow 3 + 3\sin x - \sin x - \sin^2 x = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$$

$$\begin{cases} \sin x = 1 \rightarrow y = 4 \\ \sin x = -\frac{1}{2} = 1 \rightarrow y = 4 \\ \sin x = -1 \rightarrow y = 0 \end{cases} \Rightarrow R = [0, 4]$$

$$f(x) = \frac{-x}{p} + 10, D_f = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$$

برای به دست آوردن برد باید جایگذاری کنیم

$$f(x) = \left\{ (1, \frac{9}{p}), (2, \frac{8}{p}), (3, \frac{7}{p}), (4, \frac{6}{p}), (5, \frac{5}{p}), (6, \frac{4}{p}), (7, \frac{3}{p}), (8, \frac{2}{p}), (9, \frac{1}{p}) \right\}$$

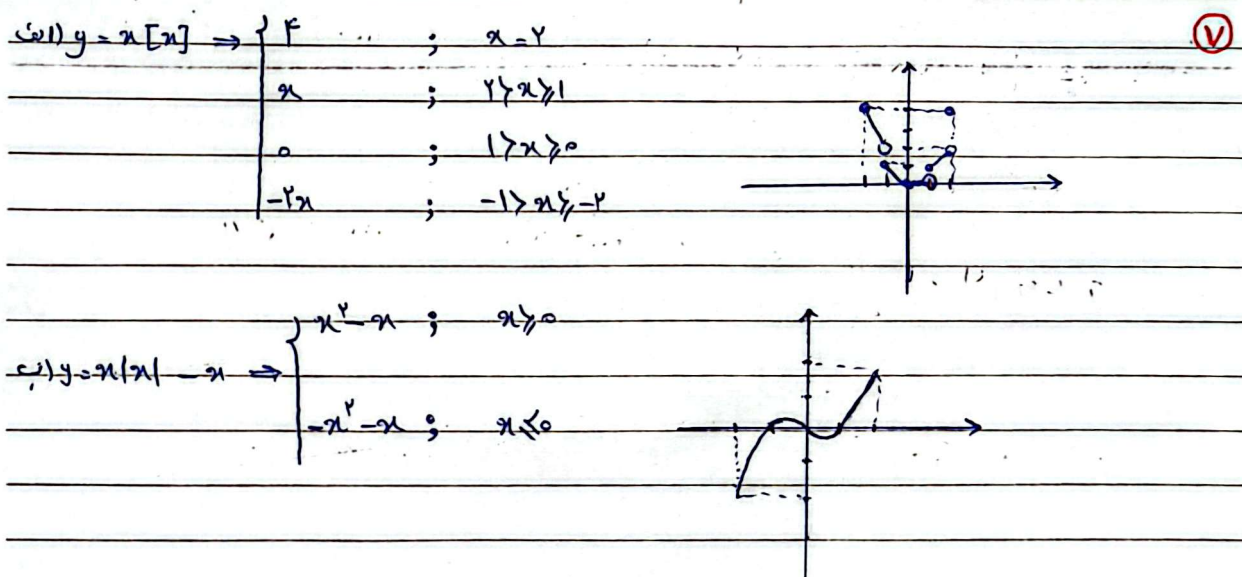
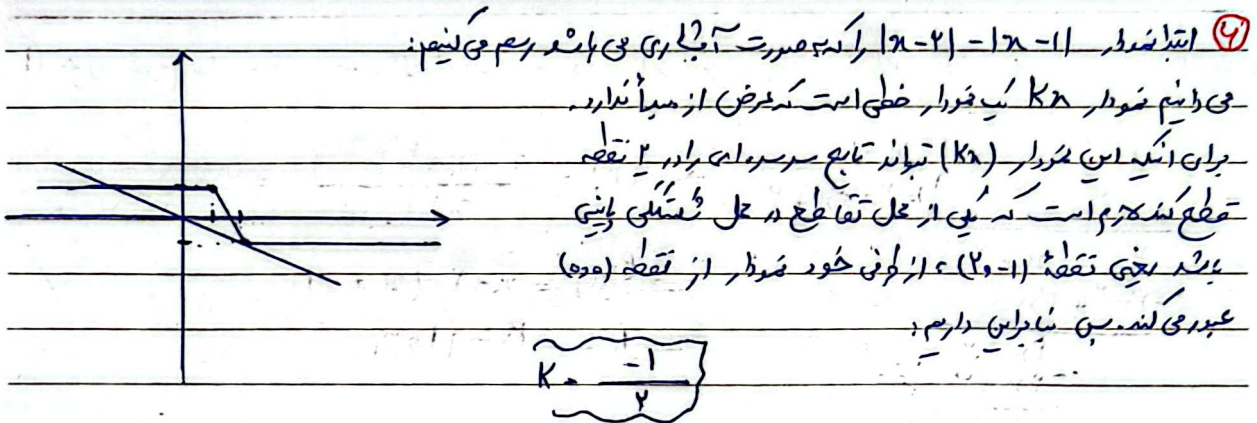
$$\Rightarrow R_f = \left\{ \frac{9}{p}, \frac{8}{p}, \frac{7}{p}, \frac{6}{p}, \frac{5}{p}, \frac{4}{p}, \frac{3}{p}, \frac{2}{p}, \frac{1}{p} \right\}$$

۵) اگر قرار بود تابع f یک عبارت درجه دوم زیر را داشته باشد باید دامنه آن به صورت $[x_1, x_2]$ یا $(-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$ باشد. اما چون اینگونه نیست نتیجه می‌گیریم تابع درجه اول است. بنابراین $a=0$

$$\Rightarrow bx+c > 0 \quad x=2 \Rightarrow 2b+c=0 \Rightarrow b=1 \Rightarrow c=-2$$

$$f(3)=1 \Rightarrow \sqrt{3b+c}=1 \Rightarrow 3b+c=1$$

$$\Rightarrow g(x)=\sqrt{x^2+4} \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow x^2+4 > 4 \Rightarrow \sqrt{x^2+4} > 2 \Rightarrow \text{Rg} = [2, +\infty)$$



۸)

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \Rightarrow \frac{x+1+x+1}{x^2+x} - \frac{2(x+1)}{x(x+1)} \Rightarrow y = \frac{2}{x} \quad (x \neq -1)$$

آنچه که تابع هرگز نمی‌تواند برآورد آن را از طریق $\frac{a}{b}$ می‌توانیم بدست بیاوریم. $R = \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$

اما از گرافی طبق دامنه x نمی‌تواند -1 باشد پس باید از این عدد در تابع منفرجه می‌شود. بررسی می‌کنیم که -2 باشد.

پس بر روی تابع برابر است با: $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, -2\}$ بنابراین $a+b = -2$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \quad (x \neq 1)$$

آشوبی داریم در انتهای x را به تابع می‌دهیم

و چون می‌دانیم تابع صعودی شود خارج از محدوده را در نظر می‌گیریم

$$\min(\sqrt{x}) = 0 \Rightarrow f(0) = 3 \quad \max(\sqrt{x}) = +\infty \Rightarrow f(+\infty) = 1$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$$

۱۴) چون مجموع فرایب عبارت چند جمله‌ای در صورت کسر برابر صفری باشد بنابراین آن را بر $x-1$ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 2}{-x^3 + x^2} \Big| \frac{x-1}{x^2 + 3x + 2} \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$

$$x^2 - x - 2$$

$$-3x^2 + 3x$$

$$\frac{2x-2}{-2x+2}$$

$$\Rightarrow f(x) = x+2 \quad (x \neq \pm 1)$$

$$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

بنابراین نتیجه این دو عدد برابر ۴ می‌شود