۲۵

نام و نام خانوادگی ...آترین جلیلی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس ...دوازدهم ریاضی A...

الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2 \to (x-2[\frac{x}{2}])^2=(2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2 \Rightarrow R_f=[0,4)$ $\to 0\le \frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]<1 \xrightarrow{\times 2} 0\le 2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])<2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 0\le (2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2<4$ ب) $-\sin x+\log y-4=0$ $\to \log y=\sin x+4 \to y=10^{(\sin x+4)} \xrightarrow[-1\le \sin x\le 1]{} y\in[10^3,10^5] \to R_f=[10^3,10^5]$ ۲	۱
$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \to y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \to y^2x^2-9y^2=x^2-4 \to x^2(y^2-1)=9y^2-4$ $\to x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1} \to x=\pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}} \to \frac{9y^2-4}{y^2-1}\ge 0 \to$ $\begin{array}{c\|ccccccccc} y & & -1 & & -\frac{2}{3} & & \frac{2}{3} & & 1 & \\ \hline & + & & - & 0 & + & 0 & - & & + \end{array}$ $y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \to y\ge 0 \to R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)=[a,b]\cup(c,+\infty)$ ۲ $\to a+b+c=0+\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$	۲
الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \Rightarrow x+\frac{1}{x}\ge 0 \xrightarrow{x>0} x+\frac{1}{x}\ge 2 ,\ 2\sqrt{x+\frac{1}{x}}\ge 2\sqrt{2}$ ۲ $\to x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}\ge 2+2\sqrt{2} \to R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$ ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)=-(\sin x-3)(\sin x+1)=-(\sin^2 x-2\sin x-3)$ $=-\sin^2 x+2\sin x+3=\underbrace{-(\sin x-1)^2}_{[-4,0]}+4 \to R_f=[0,4]$	۳
$f(x)=-\frac{1}{3}x+10$ $D_f=\{1,2,3,\dots,9\}$ $f(1)=-\frac{1}{3}+10=\frac{29}{3}$, $f(2)=-\frac{2}{3}+10=\frac{28}{3}$, $f(3)=-1+10=9$, $f(4)=-\frac{4}{3}+10=\frac{26}{3}$, $f(5)=-\frac{5}{3}+10=\frac{25}{3}$, $f(6)=-2+10=8$ $f(7)=-\frac{7}{3}+10=\frac{23}{3}$, $f(8)=-\frac{8}{3}+10=\frac{22}{3}$, $f(9)=-3+10=7$ ۲ چون تابع خطی است $9\times f(5)=9\times\frac{25}{3}=75$ یا $\frac{f(1)+f(9)}{2}\times 9=75$	۴
$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c} \xrightarrow[R_f=[2,+\infty)]{\text{عبارت خطی است}} \begin{cases} a=0 & ① \\ [illegible] & ② \\ b>0 & ③ \end{cases} \Rightarrow f(x)=\sqrt{bx+c} \overset{②}{=} \sqrt{b(x-2)}$ $\to f(3)=1 \to \sqrt{b}=1 \to b=1 \xrightarrow{D_f=[2,+\infty)} c=-2$ ۲ $g(x)=\sqrt{bx^2+ax-2c}=\sqrt{(1)x^2+0-2(-2)}=\sqrt{x^2+4} \to R_g=[2,+\infty)$ کمترین مقدار $x^2=0$	۵

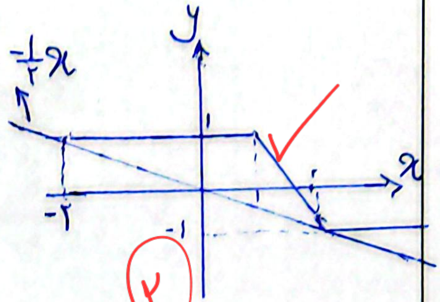
۶

$\underbrace{|x-2|-|x-1|}_{\text{تابع آبشاری}}=kx$

$$\begin{cases} -1 & x\geq 2 \\ 3-2x & 1<x<2 \\ 1 & x\leq 1 \end{cases}$$

با توجه به شکل تنها خطی که از مبدأ مختصات می‌گذرد و نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند خط $y=-\frac{1}{2}x$ است

خط $y=-\frac{1}{2}x$ با تابع آبشاری در دو نقطه $(2,-1)$ ، $(-2,1)$ برخورد دارد



۲

۷

الف) $y=x[x]$ ، $-2\leq x\leq 2$

$-2\leq x<-1 \Rightarrow y=-2x$

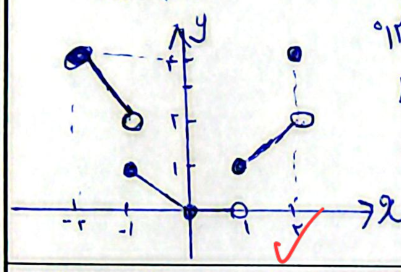
$-1\leq x<0 \Rightarrow y=-x$

$0\leq x<1 \Rightarrow y=0$

$1\leq x<2 \Rightarrow y=x$

$x=2 \Rightarrow y=4$

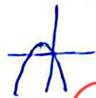
$R_f=[0,4]-\{2\}$



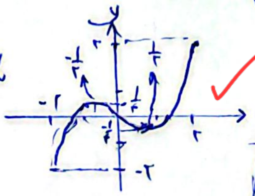
ب) $y=x|x|-x$

$x\geq 0 \Rightarrow y=x^2-x \Rightarrow \begin{vmatrix} x_{min}=\frac{1}{2} \\ y_{min}=-\frac{1}{4} \end{vmatrix}$

$x<0 \Rightarrow y=-x^2-x \Rightarrow \begin{vmatrix} x_{max}=-\frac{1}{2} \\ y_{max}=\frac{1}{4} \end{vmatrix}$



$y=x|x|-x \Rightarrow$ $(2,2)$ ، $(-2,-2)$



$R_f=[-2,2]$

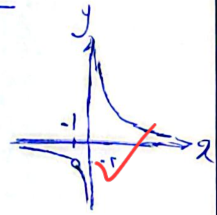
۲

۸

$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x} \Rightarrow y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x}$

$\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$ ، $x\neq -1$ ، $x\neq 0$ ، $\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{0,-1\}}$

$D=\mathbb{R}-\{0\}$



$\Rightarrow f(0)=$ تن $=\frac{2}{0}=\infty$ طبق نمودار $\Rightarrow \boxed{R_f=\mathbb{R}-\{-2,0\}}$

$\Rightarrow f(-1)=\frac{2}{-1}=-2=$ تن

$\Rightarrow a+b=-2+0=-2$

۲

۹

$f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1} \xrightarrow[t\geq 0]{\sqrt{x}=t} f(x)=\frac{t^2-4t+3}{t^2-2t+1}=\frac{(t-3)(t-1)}{(t-1)^2}=\frac{t-3}{t-1}$

$\Rightarrow \frac{t-3}{t-1}=y \Rightarrow ty-y=t-3 \Rightarrow t(y-1)=y-3 \Rightarrow t=\frac{y-3}{y-1}$

$\xrightarrow{t=\sqrt{x}\geq 0} \frac{y-3}{y-1}\geq 0$

	1		3	
+	تن	−	0	+

$\Rightarrow R_f=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$

۲

۱۰

$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}=\frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} \xrightarrow{x\neq\pm 1} f(x)=x+2$

$D_f=\mathbb{R}-\{1,-1\} \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{f(1),f(-1)\}=\mathbb{R}-\{3,1\}$

$\Rightarrow 3+1=4$

۲